

EFFETTO COMPTON

A cura del prof: Ing. Fusco Ferdinando

Effetto Compton

1. Introduzione

Perché gli atomi **emettono** o **assorbono** solo a certe frequenze **discrete**, per cui gli spettri atomici e molecolari sono caratterizzati da una serie di righe discrete e non da uno spettro continuo?

Se pensiamo da un punto di vista **classico** ad un atomo come un sistema in cui all'elettrone è permesso occupare qualsiasi stato energetico, certo non riusciamo a dare una spiegazione ad un tale fenomeno.

Secondo la teoria **classica** del **campo elettromagnetico** di **Maxwell** un **elettrone in moto accelerato emette energia** sotto forma di **onde elettromagnetiche**.

Un **elettrone, ruotando attorno al nucleo di un atomo**, dovrebbe quindi **cadervi** dopo avere **emesso tutta** la propria **energia** sotto forma di onde elettromagnetiche.

L'atomo, quindi, secondo la teoria classica non potrebbe esistere !!!

È solo ipotizzando che l'energia di atomi e molecole sia circoscritta a valori ben determinati che si può spiegare il motivo per cui essi la cedono in quantità discrete.

Se un **atomo**, dopo **aver ricevuto** una certa quantità di energia dall'ambiente esterno, si trova in uno **stato eccitato**, ovvero in uno stato che non corrisponde ad un minimo di energia, questo **emette radiazione** sotto forma di **fotone** effettuando un "**salto quantico**" da un livello energetico discreto ad un altro. La differenza di energia ΔE fra questi due livelli è pari all'energia del fotone emesso secondo la relazione

$$\Delta E = h \cdot \nu$$

dove h è la costante di Planck che vale $6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{Hz}^{-1}$ e ν è la frequenza del fotone emesso.

Questa nuova **teoria della quantizzazione** dell'energia ha aperto la strada alla prima formulazione della **meccanica quantistica**.

Tre furono le **tappe fondamentali** che portarono a una radicale **rivoluzione** nella descrizione dei **fenomeni elettromagnetici**:

1900: **il corpo nero**.

Nella seconda metà del XIX secolo molti fisici erano impegnati a determinare, in base alle leggi della fisica classica, la formula teorica per lo spettro di emissione del corpo nero e a confrontarla con i risultati sperimentali. Ma tutti i tentativi fallirono, la teoria ondulatoria dell'elettromagnetismo portava a delle conclusioni inaccettabili e completamente diverse rispetto ai dati sperimentali conosciuti.

Max Planck ipotizzò che gli scambi di energia tra gli atomi di un corpo qualsiasi e la radiazione elettromagnetica non avvengono in modo continuo (come previsto dalla teoria classica fino ad allora ritenuta valida), ma attraverso quantità discrete, chiamate appunto **quanti di energia**.

Secondo Planck, un'onda elettromagnetica può scambiare con la materia con cui interagisce solamente multipli interi di una quantità finita di energia, proporzionale alla frequenza dell'onda:

$$\Delta E = n \cdot h \cdot \nu.$$

dove ΔE è l'energia scambiata, n è un numero intero, ν è la frequenza dell'onda, h è la costante di Planck che vale $6,626 \cdot 10^{-34}$ J·s.

Rifacendo i conti teorici in base alla sua nuova ipotesi, Planck ottenne una curva che riproduceva esattamente i dati sperimentali. Questo successo segnò la nascita della meccanica quantistica.

1905: l'effetto fotoelettrico.

Secondo la teoria classica del campo elettromagnetico di *Maxwell* si dovrebbe avere emissione di elettroni **per ogni frequenza** ed in ragione **proporzionale** all'**intensità** della luce incidente.

Einstein, nel **1905**, per spiegare il fenomeno, applicò l'idea del **quanto** di *Planck* ipotizzando che la luce, oltre ad essere emessa in forma **quantizzata**, **viaggiasse** come tale alla velocità **c** (nel vuoto) e venisse anche **assorbita** per quanti (**fotoni**), ovvero da **"pacchetti" di energia del campo elettromagnetico**.

Siccome l'energia E_0 per estrarre un elettrone dipende dal tipo di metallo, solo se un fotone possiede energia $E \geq E_0$ esso è in grado di estrarlo.

L'energia di un fotone è $E = h \cdot \nu$ per cui si ha emissione di elettroni solo se $h \cdot \nu \geq E_0$ ovvero se $\nu \geq E_0 / h$ che rappresenta quindi il valore della frequenza di soglia del fenomeno per quel metallo.

1923: l'effetto Compton.

Un terzo tipo di interazione tra la radiazione e la materia venne descritto in maniera semplice e soddisfacente da *Arthur Holly Compton*, il quale riprese l'idea di Einstein che la luce sia *costituita da particelle dotate di energia e impulso*.

Quest'ultima era la prova definitiva che convinse la comunità scientifica circa la natura corpuscolare della luce. Emerse quindi un *nuovo modello del campo elettromagnetico*, descritto *dalla meccanica quantistica*: la *luce*, accanto alle *proprietà ondulatorie classiche*, in determinate condizioni, *manifesta anche proprietà corpuscolari*.

2. EFFETTO COMPTON

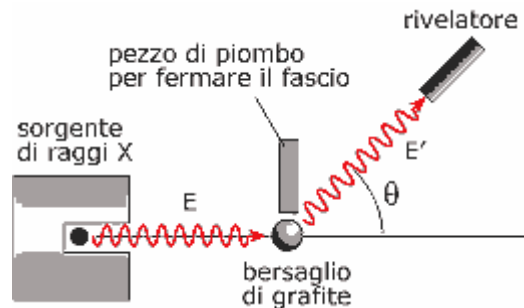
Nell'effetto Compton un fotone (quanto di luce) urtando contro un elettrone lo fa rimbalzare. Questo si spiega col fatto che i singoli fotoni urtando gli elettroni della materia li colpiscono perdendo essi stessi energia.

La cosa sorprendente deriva dal fatto che la luce è un'onda e quando l'effetto fu scoperto, non si riusciva a capire come un'onda potesse far rimbalzare una particella allo stesso modo di una palla di biliardo che ne colpisce un'altra.

Nel suo esperimento, Compton inviò un fascio monocromatico di raggi X di lunghezza d'onda λ_i su un blocco di grafite e misurò, per vari angoli di diffusione, l'intensità dei raggi X in funzione della lunghezza d'onda. Il fisico statunitense osservò che i fotoni di alta energia, passando all'interno del materiale subivano una perdita di energia, la frequenza della radiazione deviata risultava molto più piccola di quella del fascio entrante, ovvero i fotoni viravano verso il rosso.

La maggiore o minore energia del fotone può essere rappresentata in maniera schematica da un frammento di onda sinusoidale. Più questa è compatta, maggiore è l'energia del fotone. Infatti l'energia del fotone è inversamente proporzionale alla sua lunghezza d'onda e direttamente proporzionale alla frequenza: $\Delta E = h \nu$.

I fotoni iniziali e quelli finali non sono gli stessi ma due diversi, perché diversa è la loro energia e quindi frequenza.



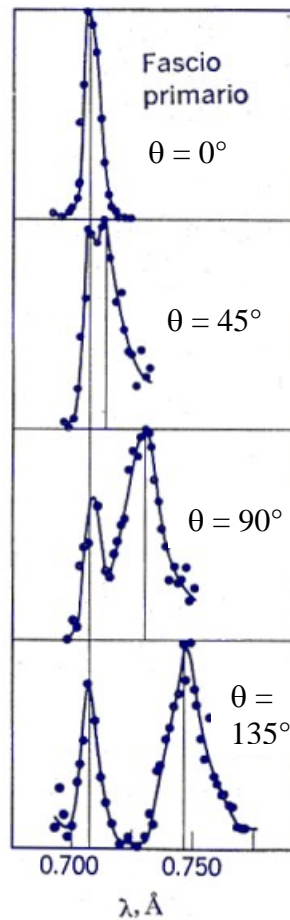
I dati sperimentali mostrarono che la lunghezza d'onda λ_e della radiazione diffusa finale è maggiore della lunghezza d'onda λ_i della radiazione incidente; la differenza $\lambda_e - \lambda_i$, inoltre, dipende dall'angolo θ lungo la cui direzione la radiazione viene diffusa.

2.1 Risultati sperimentali di Compton.

Per quanto il fascio incidente abbia una sola lunghezza d'onda λ_i , i raggi X diffusi hanno picchi d'intensità a due lunghezze d'onda; uno di essi corrisponde alla lunghezza d'onda incidente, l'altro alla lunghezza d'onda λ_e che è superiore alla precedente della quantità $\Delta\lambda$ chiamato *Spostamento Compton*.

Il fatto che, assieme all'onda diffusa con lunghezza d'onda λ_e compaia sempre anche quella non alterata, è dovuto agli elettroni più fortemente legati al nucleo, che rinculando con esso come un solo corpo, costituiscono un diverso sistema la cui massa è tale da permettere la conservazione della lunghezza d'onda λ_i incidente.

La linea verticale a sinistra corrisponde alla lunghezza d'onda λ_i , quella a destra a λ_e . Vengono mostrati i risultati per quattro diversi angoli di diffusione θ .



2.2 Discussione dell'effetto osservato

La presenza di un'onda diffusa di lunghezza d'onda λ_i non può essere spiegata se i raggi X incidenti sono considerati come un'onda elettromagnetica.

In questo caso, infatti, l'onda incidente, di frequenza ν_i , fa sì che gli elettroni “bersaglio”, una volta “eccitati” dai fotoni “proiettile”, oscillino alla stessa frequenza della radiazione incidente emettendo quindi, qualunque sia la direzione di diffusione, radiazione ancora della stessa frequenza. ***Quindi nella descrizione ondulatoria l'onda diffusa dovrebbe avere la stessa frequenza e lunghezza d'onda dell'onda incidente.***

Compton fu in grado di spiegare i risultati sperimentali da lui ottenuti postulando che il fascio di raggi X incidente non fosse un'onda, ma un insieme di fotoni di energia $E = h \cdot \nu_i$ e che questi urtassero gli elettroni liberi nel blocco su cui avviene la diffusione, proprio come se si trattasse di palle da biliardo che urtano elasticamente contro gli elettroni presenti negli atomi, cedendogli energia. I fotoni di rinculo uscenti dal blocco costituiscono, sotto questo punto di vista, la radiazione diffusa.

Accettare questa spiegazione vuole però dire abbandonare la teoria ondulatoria della luce descritta dalle equazioni di Maxwell in favore di una teoria corpuscolare della luce che non dà conto degli effetti di interferenza (già ben noti all'epoca).

Infatti, come per l'effetto fotoelettrico e per il corpo nero, questo risultato è incomprensibile sulla base delle leggi della teoria ondulatoria classica della luce, secondo la quale i raggi X incidenti dovrebbero essere diffusi in tutte le direzioni, con la medesima lunghezza d'onda, contrariamente ai risultati sperimentali.

Quindi, secondo Compton, dato che il fotone uscente trasferisce un pò della sua energia all'elettrone di massa m_e con cui entra in collisione, il fotone diffuso deve avere un'energia minore E_e , pertanto dovrà avere una frequenza inferiore ν_e che implica una lunghezza d'onda λ_e più elevata. La relazione a cui arrivo Compton:

$$\lambda_e - \lambda_i = \frac{h}{m_e \cdot c} (1 - \cos\theta)$$

Quindi, questa relazione rende conto dello spostamento di lunghezza d'onda $\lambda_e - \lambda_i$.

Rimane da spiegare la presenza del picco per il quale la lunghezza d'onda non varia nella diffusione. Si può spiegare questo picco come risultante da una collisione fra fotoni ed elettroni legati a ioni del blocco su cui avviene la diffusione. Nelle collisioni gli elettroni legati si comportano come quelli liberi, con la differenza che la loro massa efficace è molto maggiore. Ciò è dovuto al fatto che nella collisione rincula tutto il complesso ionico. La massa efficace M per un diffusore di carbonio è circa uguale alla massa di un nucleo di carbonio. Dato che questo nucleo contiene 6 protoni e 6 neutroni, avremo approssimativamente $M = 12 \times 1840 m_e = 22.000 m_e$. Se sostituiamo m_e ad M nell'ultima equazione scritta, vediamo che lo spostamento Compton per collisioni con elettroni strettamente legati è estremamente piccolo, tanto da non potersi misurare.

2.3 Approfondimento teorico

Se si investe il bersaglio con raggi X ($5 \cdot 10^{-10} \text{ m} \geq \lambda_i \geq 5 \cdot 10^{-12} \text{ m}$), osservando il bersaglio a un angolo θ rispetto alla direzione di incidenza, si osserva che da esso emerge radiazione con lunghezza d'onda λ_e che, analizzata mediante un reticolo di diffrazione (reticolo cristallino) risulta essere maggiore rispetto a quella λ_i della radiazione incidente.

Compton fece ricorso alla teoria della relatività ristretta e, soprattutto, suppose che i raggi X, nell'urto con gli atomi della grafite, si comportino come delle vere e proprie particelle dotate di energia e di impulso.

L'energia del fotone è legata alla frequenza dalla usuale *relazione di Planck*:

$$E = h \cdot \nu$$

mentre *l'impulso* è legato alla lunghezza d'onda dalla relazione proposta da **Einstein** alcuni anni prima:

$$p = h/\lambda$$

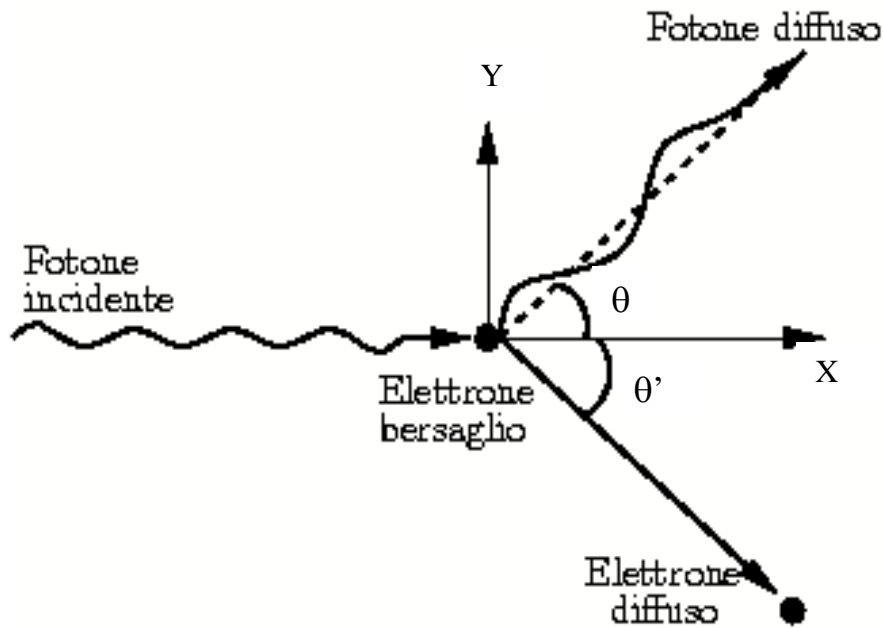
Utilizzando queste due uguaglianze e la *formulazione relativistica del principio di conservazione dell'energia e dell'impulso*, Compton ottenne la seguente espressione per la variazione della lunghezza d'onda dei raggi X:

$$\lambda_i - \lambda_e = \frac{h}{m_e \cdot c} (1 - \cos\theta)$$

dove **h** è la costante di Planck, **m_e** è la massa dell'elettrone e **c** è la velocità della luce. Questa è proprio la legge che riproduce i dati sperimentali e porta il nome del fisico Compton.

In accordo con la *teoria dei quanti di luce*, i *fotoni* si comportano *come particelle* eccetto per *l'assenza di massa a riposo*.

La figura mostra come può essere rappresentata una collisione, con un fotone nell'intervallo dei raggi X che colpisce un elettrone (assumiamo che si trovi inizialmente a riposo nelle coordinate del sistema) e viene deviato rispetto alla direzione originale mentre l'elettrone riceve un impulso e comincia a muoversi.



Possiamo stimare che nella collisione il fotone abbia perso una quantità d'energia pari all'energia cinetica K guadagnata dall'elettrone.

$$h \cdot \nu_i - h \cdot \nu_e = K$$

Facendo misure per diversi valori dell'angolo θ e per diversi valori della lunghezza d'onda della radiazione incidente, si trova che λ_e è legato a λ_i dalla relazione:

$$\lambda_e = \lambda_i + \lambda_c (1 - \cos\theta)$$

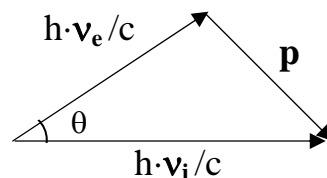
dove λ_c , è un parametro che risulta essere indipendente dalla lunghezza d'onda λ_i della radiazione incidente, dall'angolo θ , e dal materiale che costituisce il bersaglio; il suo valore risulta sperimentalmente dell'ordine di $\lambda_c \cong 0,025 \text{ \AA} = 0,025 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

Questo fenomeno detto *effetto Compton*, *inspiegabile dal punto di vista classico*, trova invece una sua interpretazione assai naturale e semplice con l'ipotesi che il campo elettromagnetico, quantizzato, si propaghi e interagisca in forma di fotoni ciascuno dotato di energia $h \cdot \nu$ e di quantità di moto o *momento lineare* pari ad $h \cdot \nu / c$.

I fotoni, incidendo sulla materia, possono compiere sugli elettroni di valenza dell'atomo un urto assimilabile all'urto elastico fra particelle puntiformi: un evento di urto fra particelle viene detto un evento di *diffusione* o di *scattering* della particella incidente.

Se λ_i è sufficientemente piccola (ad esempio $\lambda_i \leq 1 \text{ \AA}$ $v_i = c/\lambda_i \geq 3 \cdot 10^{18} \text{ s}^{-1}$) l'energia dei fotoni incidenti ($h \cdot v_i \geq 10^4 \text{ eV}$) è molto maggiore dell'energia di legame al nucleo degli elettroni di valenza; cosicché l'urto del fotone può essere trattato come un urto su particella libera. D'altra parte però, l'energia cinetica dell'elettrone di rinculo può divenire confrontabile con l'energia di riposo dell'elettrone $m_e \cdot c^2 \cong 5 \cdot 10^5 \text{ eV}$, con m_e massa a riposo dell'elettrone) cosicché per trattare la cinematica dell'urto conviene adottare le relazioni valide in *relatività ristretta*.

La cinematica dell'urto può essere risolta facilmente riferendoci alla figura, in cui $h \cdot v_i / c$ rappresenta il momento (lineare) del fotone incidente, $h \cdot v_e / c$ il momento del fotone diffuso, e \mathbf{p} il momento dell'elettrone di rinculo (abbiamo indicato con \mathbf{v} un vettore avente modulo pari alla frequenza, e direzione pari alla direzione di propagazione). Poiché per la conservazione della quantità di moto deve essere $h \cdot v_i / c = h \cdot v_e / c + \mathbf{p}$, i tre vettori costituiscono i lati di un triangolo.



Applicando a tale triangolo il teorema di Carnot, e affiancando a questa condizione quella di conservazione dell'energia otteniamo le due relazioni:

[conservazione della quantità di moto]

$$p^2 = (h \cdot v_i / c)^2 + (h \cdot v_e / c)^2 - (2 \cdot h \cdot v_i / c) \cdot (h \cdot v_e / c) \cos \theta$$

(1)

[conservazione energia]

$$E_0 + h \cdot v_i = E + h \cdot v_e$$

dove \mathbf{p} e E sono quantità di moto ed energia dell'elettrone dopo l'urto; E_0 è l'energia totale iniziale dell'elettrone la cui quantità di moto iniziale \mathbf{p}_0 è nulla. Va tenuto presente che, relativisticamente, è

$$E_0 = m_e \cdot c^2 ; \mathbf{p}_0 = 0 ; E = \frac{m_e \cdot c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} ; \mathbf{p} = \frac{m_e \cdot \mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (2)$$

dove $\frac{m_e}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

è la massa relativistica dell'elettrone, \mathbf{v} è la velocità di rinculo dell'elettrone, e m_e la sua massa a riposo. Ricordiamo anche che poiché la quantità $(\mathbf{p} \cdot \mathbf{c}, E)$ costituisce un quadrivettore, il suo modulo quadro è un invariante relativistico:

$$c^2 \cdot \mathbf{p}^2 - E^2 = - m_e \cdot c^2$$

Inserendo le relazioni (2) nelle (1) ed eliminando v , si ottiene:

$$v_i - v_e = \frac{h \cdot v_i \cdot v_e}{m_e \cdot c^2} \cdot (1 - \cos\theta)$$

Dividendo per il prodotto $v_i \cdot v_e$ e moltiplicando per c e tenuto conto che

$$c/v_e = \lambda_e ; c/v_i = \lambda_i ;$$

si ottiene:

$$\lambda_e - \lambda_i = \frac{h}{m_e \cdot c} (1 - \cos\theta)$$

Così lo spostamento Compton $\lambda_e - \lambda_i$ dipende **solo** dall'angolo di diffusione θ e non dalla lunghezza d'onda iniziale λ_i .

Si noti dall'equazione che $\Delta\lambda$ varia da zero per $\theta = 0$, che corrisponde ad una collisione “di striscio” a $2 \cdot h/m_e \cdot c$ per $\theta = 180^\circ$, che corrisponde ad una collisione “frontale” ove il fotone incidente rimbalza all'indietro.

Abbiamo così ottenuto teoricamente un andamento che riproduce quello sperimentale:

$$\lambda_e = \lambda_i + \lambda_c (1 - \cos\theta) \quad \text{con} \quad \lambda_c = \frac{h}{m_e \cdot c} \quad (3)$$

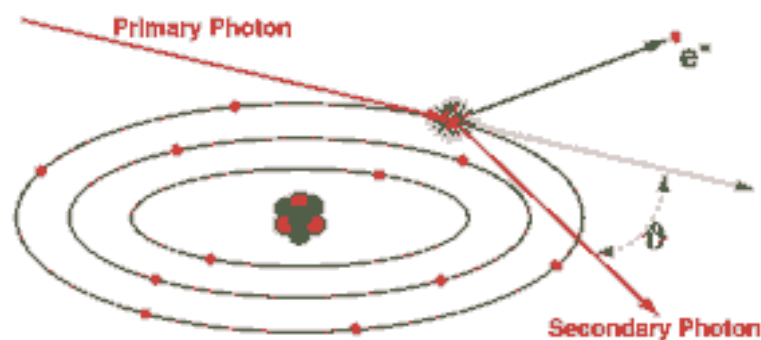
La quantità $\lambda_c = h / m_e \cdot c$ è detta *lunghezza d'onda Compton* dell'elettrone.

sostituendo nella (3) i valori delle costanti, si ottiene $\lambda_c = 2.43 \cdot 10^{-12}$ m, in perfetto accordo col valore sperimentale.

Volendo esprimere l'energia per il fotone diffuso:

$$E_e = \frac{E_i}{1 + \frac{E_i}{m_e \cdot c^2} (1 - \cos\theta)}$$

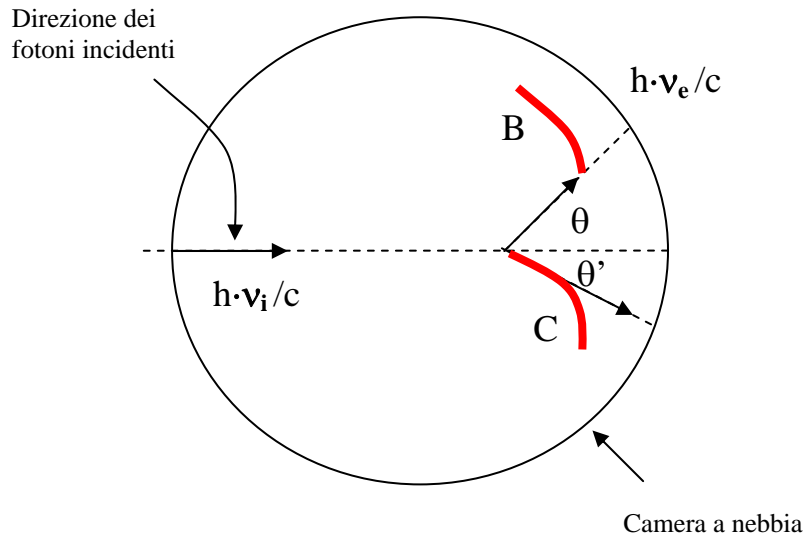
Il fotone Compton può essere deviato in qualsiasi direzione, anche retrodiffuso; maggiore è l'energia ceduta all'elettrone, maggiore è l'angolo di deflessione (formato dalla traiettoria del fotone primario con quella del fotone secondario). Inoltre, maggiore è l'energia del fotone incidente, maggiore è l'energia ceduta all'elettrone.



A partire dalla condizione di conservazione della quantità di moto, è facile calcolare anche l'angolo θ' di rinculo dell'elettrone bersaglio; si trova

$$\text{tang}\theta' = (1 + h \cdot \nu_i / m_e \cdot c^2)^{-1} \cdot \text{cotg} \theta / 2 = (1 + \lambda_c / \lambda_i)^{-1} \cdot \text{cotg} \theta / 2$$

Anche questa relazione può essere verificata sperimentalmente, ad esempio inviando un fascio di raggi X in una *camera a nebbia* o *camera di Wilson*, entro la quale il percorso di una particella carica si manifesta come una sottile traccia di goccioline di nebbia, che può essere fotografata.



Un evento di diffusione Compton si presenta allora come mostrato in figura: l'elettrone di rinculo è individuato da una traccia C emessa a un angolo θ' (la traccia non è rettilinea, a causa di diffusioni multiple che l'elettrone subisce, muovendosi, sulle molecole del gas). Il fotone diffuso $h \cdot \nu_e / c$ (così come il fotone incidente $h \cdot \nu_i / c$) essendo neutro non lascia traccia nella camera; ma la sua presenza può essere talvolta individuata da un elettrone di rinculo B, qualora il fotone diffuso compia a sua volta una diffusione Compton internamente alla camera di Wilson.

È importante sottolineare che non si può dire a priori quale sarà l'angolo di deviazione di un singolo processo di urto ma il meglio che si può dare è determinare la distribuzione statistica dei possibili angoli di deviazione. Resta vero, però, che una volta fissato un angolo di deviazione, magari posizionando un rivelatore in un certo punto, una volta che un fotone è stato deviato di un certo angolo allora resta univocamente determinata la sua nuova lunghezza d'onda e di conseguenza la sua energia e la sua quantità di moto.

L'effetto Compton dimostra, senza spiegazioni alternative, che in talune circostanze la luce si comporta come un insieme di particelle dotate di energia e quantità di moto come visto prima. Dà quindi una conferma alla spiegazione data da Einstein al fenomeno dell'effetto fotoelettrico nel 1905 (qui siamo nel 1922) per in quale aveva vinto il Nobel nel 1921.

3. CONCLUSIONE

Non è tanto il fatto che la luce si comporti come una particella a destare perplessità ma quanto il fatto che esistono altri esperimenti che mostrano in modo incontrovertibile che la luce si comporta come un'onda, altrimenti non si spiegano gli effetti di interferenza e diffrazione (che possono essere visti su scala macroscopica con dei laser).

Quindi la luce è un'onda o una particella?

La risposta è tutte e due o nessuna delle due; la luce si comporta come un'onda o come una particella a seconda delle circostanze, ma mantiene la decenza di svelarci in una determinata circostanza o il suo comportamento corpuscolare o il suo comportamento ondulatorio.

Per dirla *in modo più divertente* la luce è onda il lunedì, il mercoledì e il venerdì, è particella il martedì il giovedì e il sabato, ma una volta fatta questa scelta la mantiene.

4. BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA DI RIFERIMENTO

- FISICA II – ELETTROMAGNETISMO E OTTICA
- <http://ww2.unime.it/weblab/ita/compton/compton.htm>
- http://www.lucevirtuale.net/percorsi/b3/effetto_compton.html
- http://it.wikipedia.org/wiki/Effetto_Compton
- <http://www.vialattea.net>

Siti di riferimento per simulazione grafica dell'effetto Compton:

- <http://ww2.unime.it/weblab/ita/compton/compton.htm>
- <http://www.ba.infn.it/~zito/museo/des11.html>
- <http://www.f.kth.se/%7Ef94-anh/Java/Applet6/CoEffDet.html>