

# La Matematica



Laurent De La Hyre (1601-1666): *Allegoria della Geometria*

# Matematica

Dal greco: mathematikè (téchne)  
'arte di apprendere'  
dal verbo: manthanein, 'imparare'



# Matematica

Che cos'è ?

Costruzione mentale autoreferenziale?

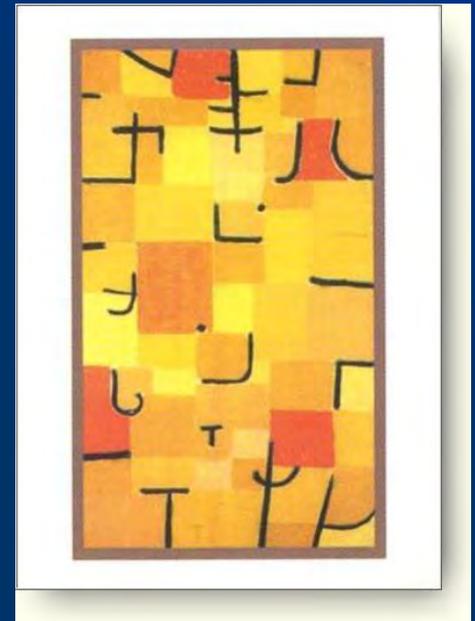
Linguaggio?

Gioco?

Strumento? (per che cosa?)

Calcolo?

Modello?



*"La matematica è un'opinione?"*

# Matematica

Com'è nata?

Sumeri, assiri, babilonesi, indiani, GRECI:

Studio delle forme,  
poi dei numeri,  
delle figure geometriche,

quindi



Studio delle relazioni e delle  
operazioni logiche tra questi enti

# Matematica

Com'è nata?

La Matematica degli antichi greci

La Grecia antica - specie nel periodo ellenistico - fu la culla del moderno pensiero matematico.

Dalle conoscenze matematiche empiriche - e i relativi strumenti di calcolo - ereditate da Assiro-babilonesi ed Egizi, nella Grecia dal V al III sec. a.C. si giunse, attraverso un lunga riflessione sul mondo delle idee e del pensiero razionale, a fondare una scienza matematica (essenzialmente volta agli oggetti geometrici astratti) che vedeva nel *metodo ipotetico-deduttivo* (con i *principi della logica formale* che ne erano alla base), il fondamento che ancor oggi è a capo dello sviluppo del pensiero matematico.

# Matematica

Com'è nata?

La Matematica degli antichi greci

*I principali processi di pensiero alla base della Matematica:*

1) *l'astrazione*

condurre a una *idea generale*  
partendo dalla percezione  
di caratteristiche comuni  
a cose diverse.



# Matematica

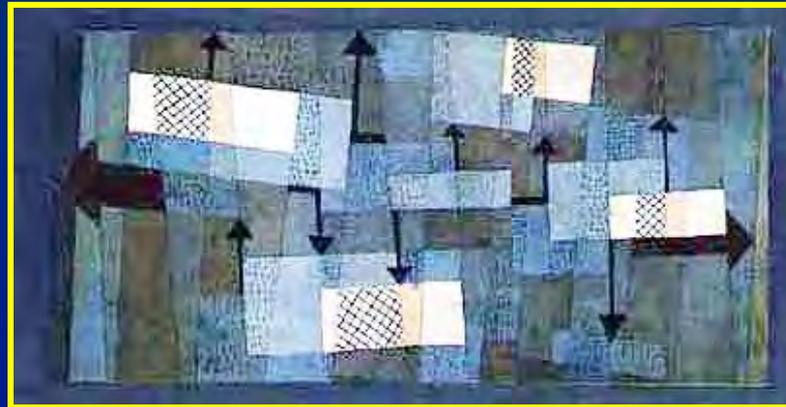
Com'è nata?

La Matematica degli antichi greci

*I principali processi di pensiero alla base della Matematica:*

*2) la dimostrazione*

giungere a conclusioni certe a partire da alcune premesse, mediante argomentazioni rigorose e ineccepibili dal punto di vista logico.



# Matematica

Com'è nata?

La Matematica degli antichi greci

Nel concetto di astrazione è implicito quello di *generalizzazione*: trovare strutture che ne comprendano più altre come casi particolari. Ad es. il concetto di numero, inizialmente inteso come numero naturale (1, 2, 3, ...) si è via via generalizzato fino al concetto di *numero razionale*, poi di *numero reale* e quindi di *numero complesso* e ognuna di queste strutture numeriche in qualche modo ingloba la precedente. Ma analogamente (e più facilmente) si può passare dal concetto di *quadrato* a quello di *rettangolo* e poi di *quadrilatero*, ecc.

# Matematica

Com'è nata?

La Matematica degli antichi greci

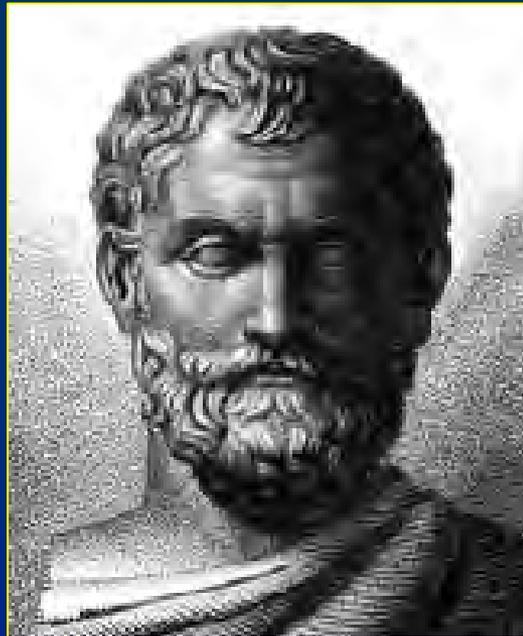
L'uso degli enti astratti della geometria per la "descrizione del mondo" - inseriti in un sistema coerente e autoconsistente, il *sistema assiomatico* della geometria euclidea - portò alla distinzione tra il mondo fisico e le sue *rappresentazioni* matematiche, aprendo la strada al concetto di *modello matematico*, con il riconoscimento progressivo, soprattutto da Galileo in poi, della sua fecondità e dei suoi limiti all'interno del metodo scientifico sperimentale.

# Matematica

Com'è nata?

La Matematica degli antichi greci

Talete di Mileto  
(624-547 a.C.)

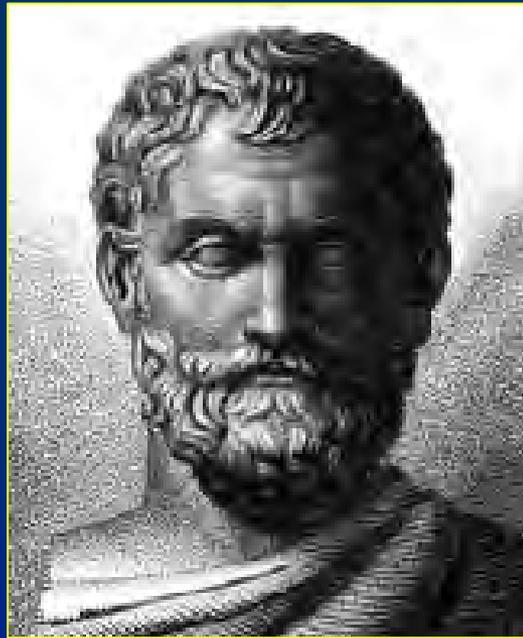


# Matematica

Com'è nata?

La Matematica degli antichi greci

Talete di Mileto  
(624-547 a.C.)

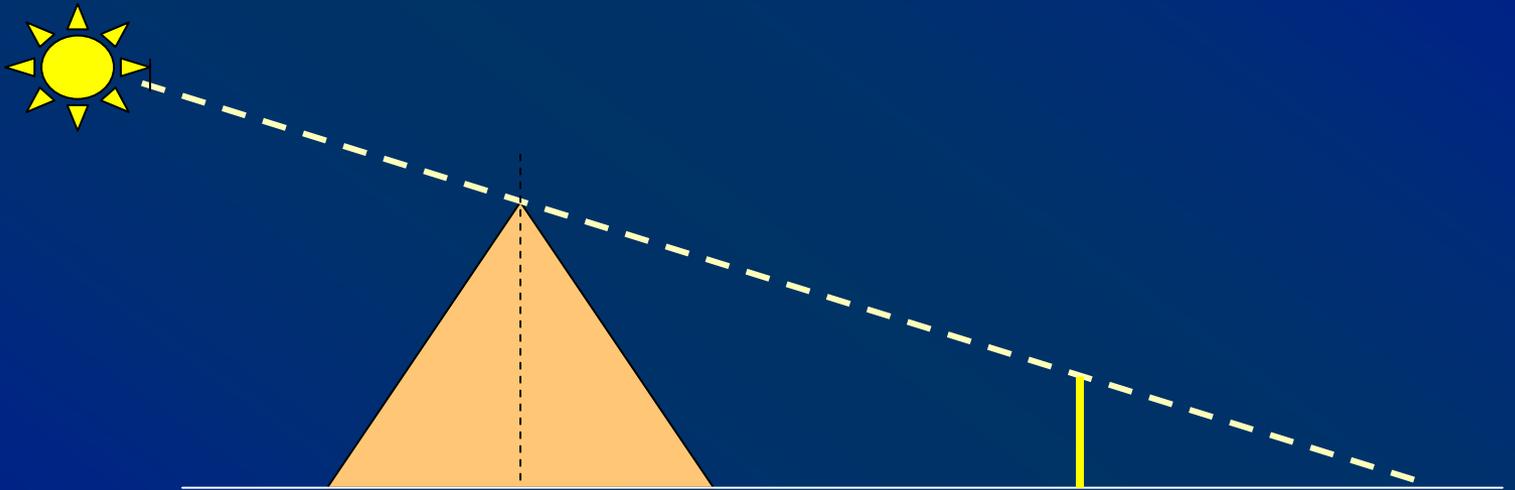


Talete rappresenta il passaggio dal pensiero assiro-babilonese ed egizio (matematica intesa come calcolo ad usi pratici) a quello astratto e dialettico del mondo greco.

# Matematica

Com'è nata?

La Matematica degli antichi greci



Talete di Mileto  
(624-547 a.C.)

Misura dell'altezza della piramide e  
triangoli simili

# Matematica

Com'è nata?

La Matematica degli antichi greci

Tutto è  
(numero) razionale

Pitagora di Samo  
(569 - 475 a.C.)



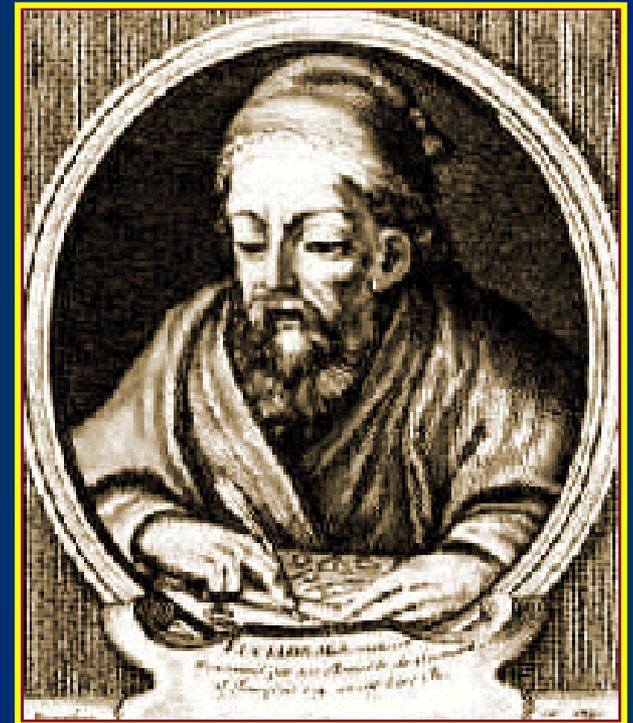
# Matematica

Com'è nata?

La Matematica degli antichi greci

La Geometria  
come *sistema assiomatico*  
(*metodo ipotetico-deduttivo*)

Euclide di Alessandria  
( 325 - 265 a.C.)



# Matematica

Com'è nata?

La Matematica degli antichi greci

Matematico

Fisico

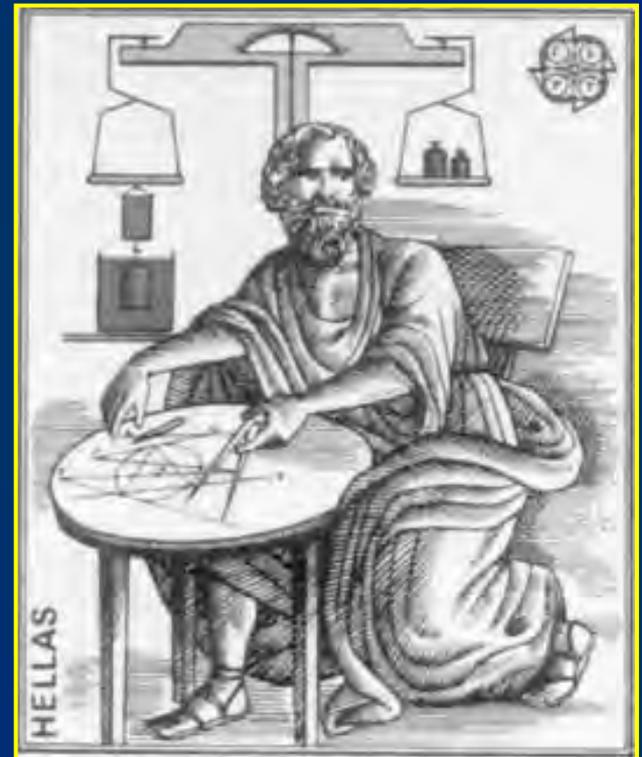
Ingegnere

"Calcolo integrale"

$\pi$

Archimede di Siracusa

(287 - 221 a.C.)



# Matematica

Com'è nata?

La Matematica degli antichi greci



Apollonio di Perga  
(262 - 190 a.C.)



# Matematica

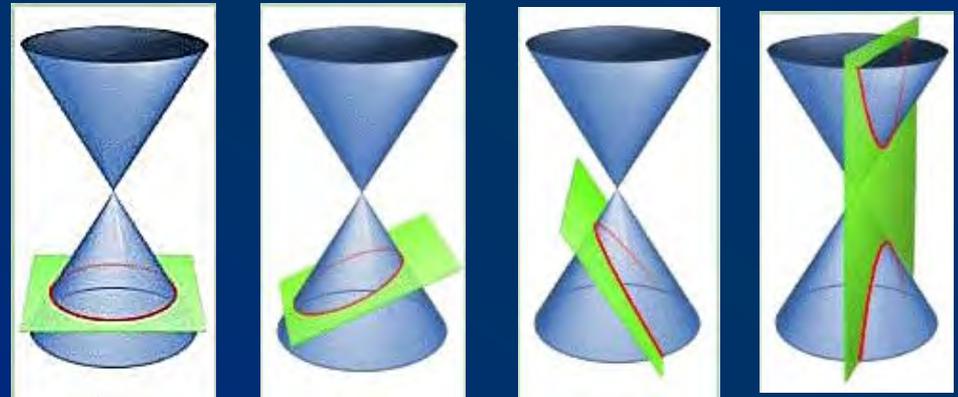
Com'è nata?

La Matematica degli antichi greci



Apollonio di Perga  
(262 - 190 a.C.)

Le sezioni coniche



# Matematica

Com'è nata?

La Matematica degli antichi greci

giunse in Europa attraverso

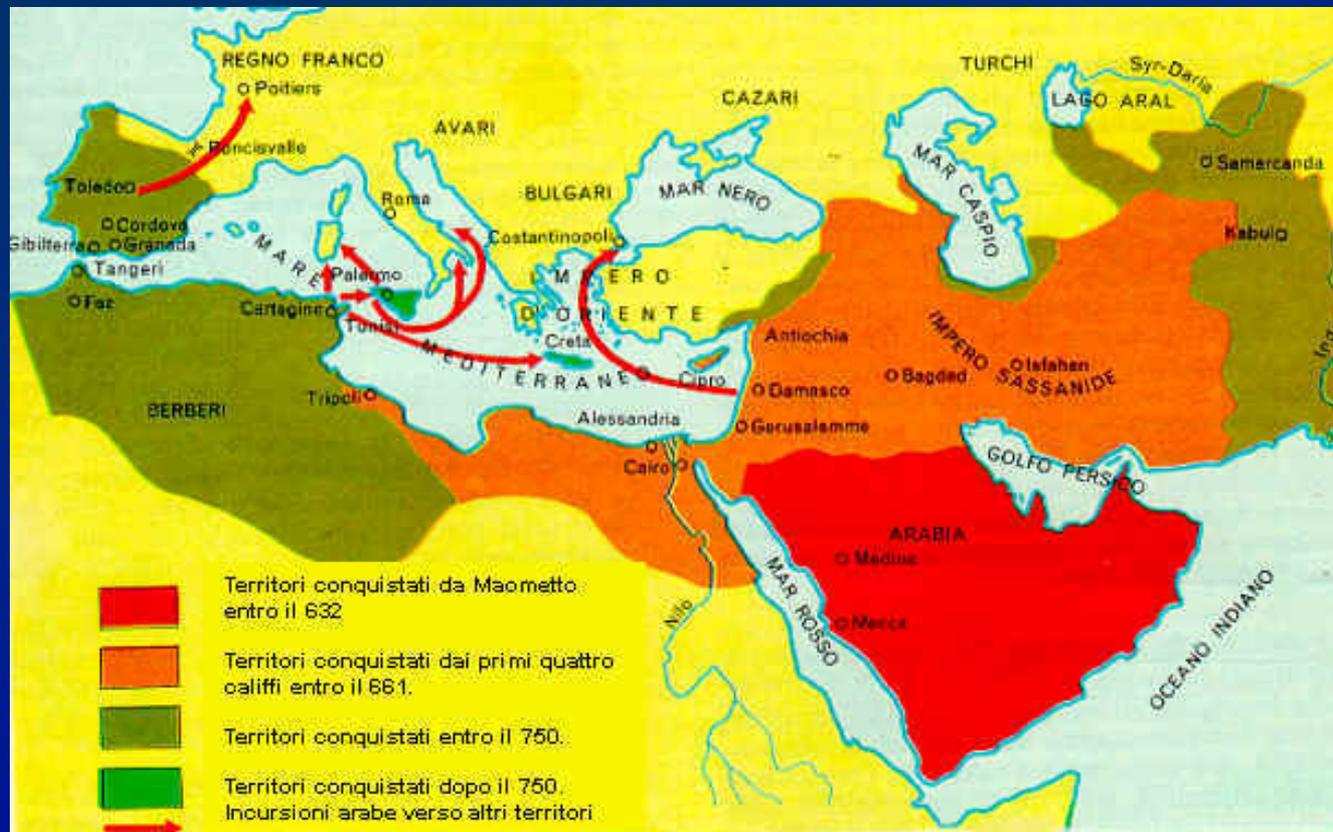
ARABI e PERSIANI

Che fondarono

l' ALGEBRA

# Matematica

Com'è nata?



# Matematica

Com'è nata?

l' ALGEBRA

Al-Khwarizmi  
(780 - 850 d.C.)



# Matematica

Com'è nata?

l' ALGEBRA

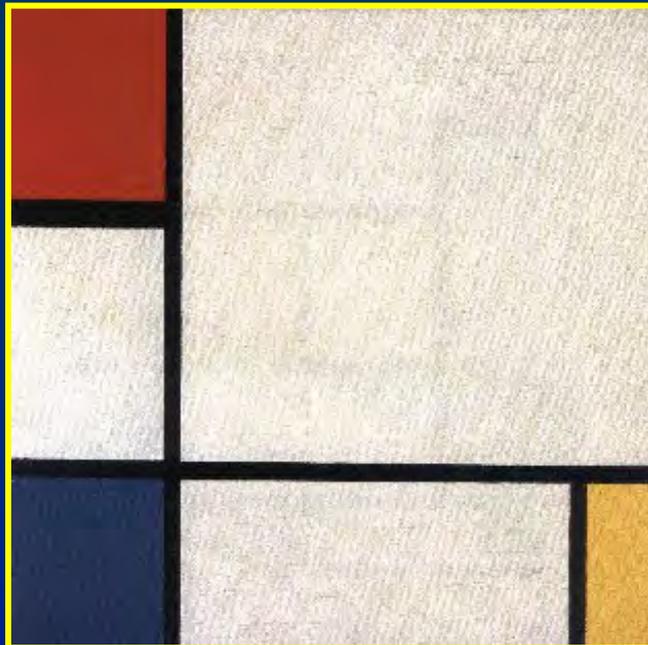
Omar Khayyam  
(1048 - 1131 d.C.)



# Matematica

Che cos'è?

Matematica "classica" (fino a metà '800):



# Matematica

Matematica "classica":

- Aritmetica :  
scienza dei *numeri*  
(*contare, operare, calcolare*)



# Matematica

Matematica "classica":

- Geometria :  
scienza delle figure geometriche  
(proprietà, dimensioni, misure)



# Matematica

Matematica "classica":



- Algebra :

scienza della *generalizzazione astratta*  
di aritmetica e geometria  
(*calcolo letterale ed equazioni*)

# Matematica

Matematica "classica":



- Algebra :

*"I simboli algebrici sono usati quando  
non si sa di cosa si sta parlando".*

Philippe Shnoebelen

# Matematica

Matematica "classica": I grandi *algebristi*  
dei sec. XV e XVI

Luca Pacioli  
(1445-1517)



# Matematica

Matematica "classica": I grandi *algebristi*  
dei sec. XV e XVI

Scipione Dal Ferro (1465-1526)

Lodovico Ferrari (1522-1565)

Rafael Bombelli (1526-1572)

# Matematica

Matematica "classica": I grandi *algebristi*  
dei sec. XV e XVI



Girolamo Cardano (1501-1576)

# Matematica

Matematica "classica": I grandi *algebristi*  
dei sec. XV e XVI



Niccolò Fontana, detto *Tartaglia*  
(1499-1557)

# Matematica

Matematica "classica": I grandi *algebristi*  
dei sec. XV e XVI



François Viète (1540-1603)

# Matematica

Matematica "classica": Un altro grande  
algebrista italiano



Paolo Ruffini (1765-1822)

# Matematica

Matematica "classica":

- Calcolo differenziale e integrale (Analisi matematica)

*infinitesimi e infiniti*

*(funzioni, limiti,*

*derivate, integrali*

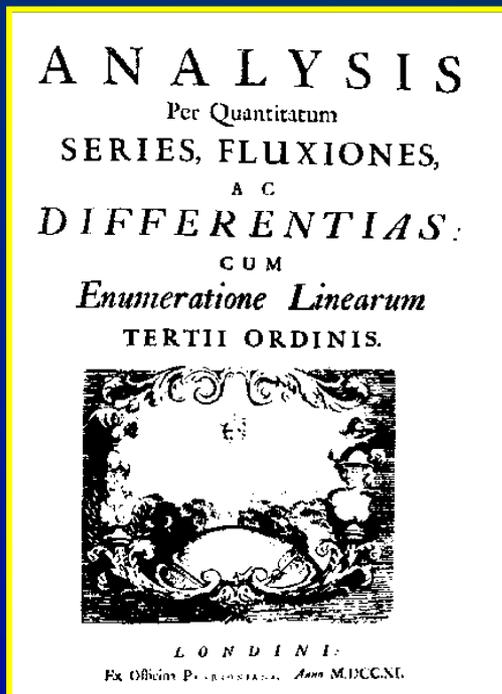
*equazioni differenziali)*



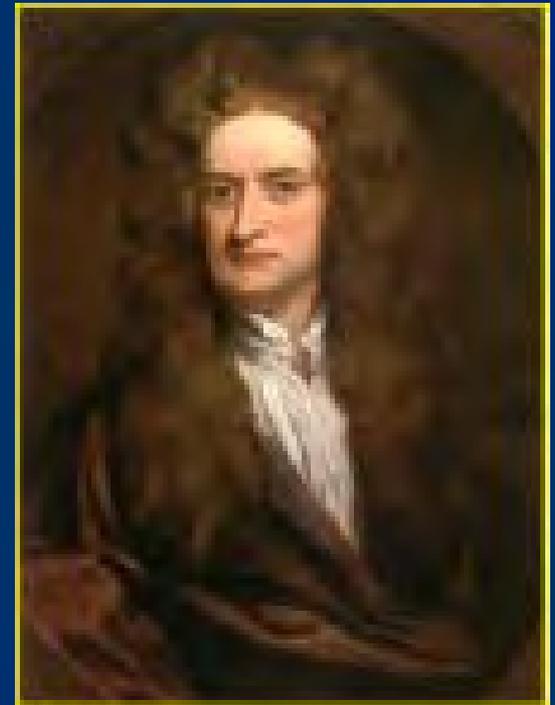
# Matematica

Matematica "classica":

- Calcolo differenziale e integrale (Analisi matematica)



Isaac Newton  
(1643 - 1727)



# Matematica

Matematica "classica":

- Calcolo differenziale e integrale (Analisi matematica)

Gottfried Wilhelm  
Leibniz  
(1646 - 1716)



# Matematica

Matematica "classica":

- Calcolo differenziale e integrale (Analisi matematica)

I precursori:

Bonaventura Francesco  
Cavalieri  
(1598-1647)



# Matematica

Matematica "classica":

- Calcolo differenziale e integrale (Analisi matematica)

I precursori:

Pierre de Fermat  
(1601 - 1665)



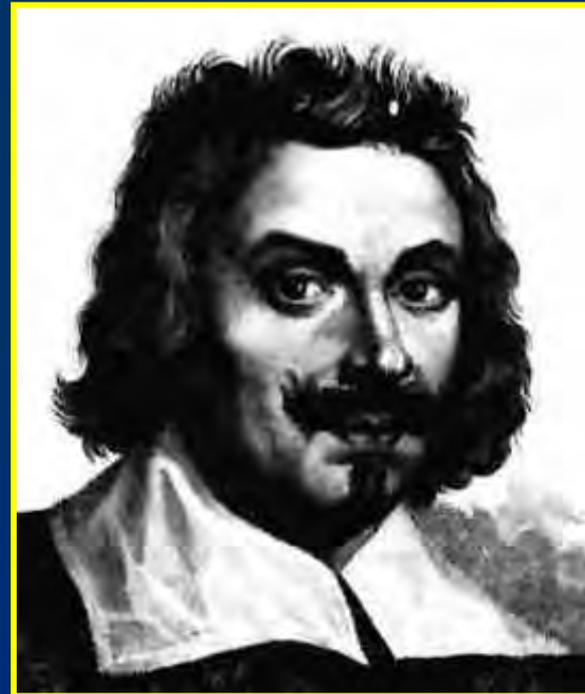
# Matematica

Matematica "classica":

- Calcolo differenziale e integrale (Analisi matematica)

I precursori:

Evangelista  
Torricelli  
(1608 - 1647)



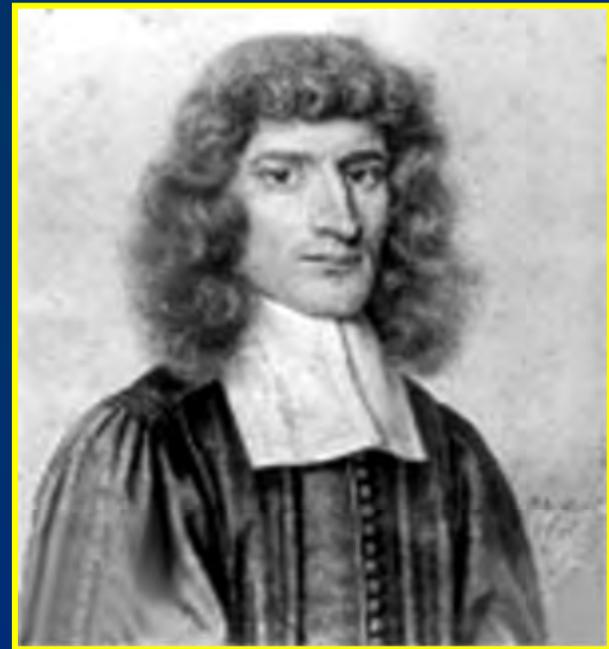
# Matematica

Matematica "classica":

- Calcolo differenziale e integrale (Analisi matematica)

I precursori:

Isaac  
Barrow  
(1630 - 1677)



# Matematica

Matematica "classica":

- Calcolo differenziale e integrale (Analisi matematica)

Lo sviluppo:

Guillaume François Antoine  
Marquis

de L'Hospital

(1661 - 1704)



# Matematica

Matematica "classica":

- Calcolo differenziale e integrale (Analisi matematica)

Lo sviluppo:

Leonhard Euler

(*Eulero*)

(1707 - 1783)



# Matematica

Matematica "classica":

- Calcolo differenziale e integrale (Analisi matematica)

Lo sviluppo:

Johann Carl Friedrich  
Gauss

(*Princeps  
Mathematicorum*)

(1777 - 1855)



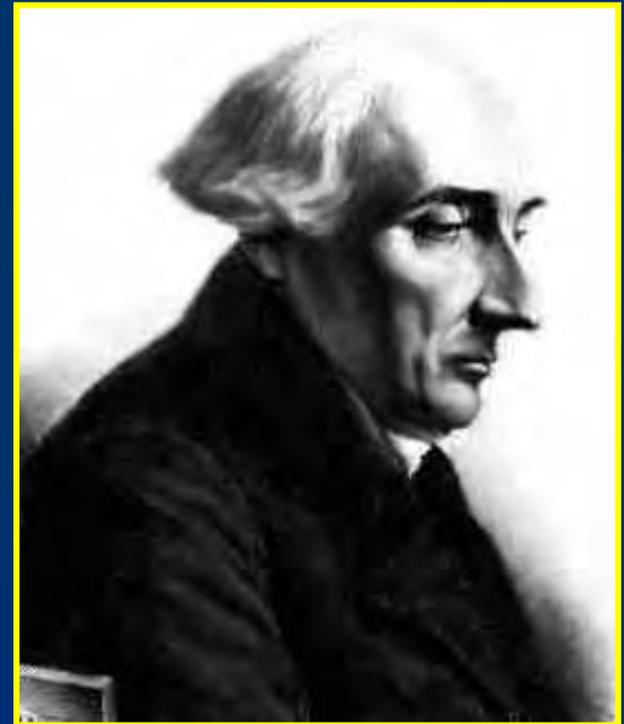
# Matematica

Matematica "classica":

- Calcolo differenziale e integrale (Analisi matematica)

Lo sviluppo:

Joseph-Louis  
Lagrange  
(1736 - 1813)



# Matematica

Matematica "classica":

- Calcolo differenziale e integrale (Analisi matematica)

Lo sviluppo:

Augustin Louis

Cauchy

(1789 - 1857)



# Matematica

Matematica "classica":

- Calcolo differenziale e integrale (Analisi matematica)

Lo sviluppo:

Johann Peter Gustav Lejeune

Dirichlet

(1805 - 1859)



# Matematica

Matematica "classica":

- Calcolo differenziale e integrale (Analisi matematica)

Lo sviluppo:

Georg Friedrich Bernhard  
Riemann

(1826 - 1866)



# Matematica

Matematica "classica":

- Calcolo differenziale e integrale (Analisi matematica)

Lo sviluppo:

Karl Theodor Wilhelm  
Weierstrass  
(1815 - 1897)



# Matematica

Ai confini della Matematica "classica"

L'ALGEBRA LINEARE

(Spazi vettoriali - Algebra delle Matrici)



# Matematica

Ai confini della Matematica "classica":

L'ALGEBRA LINEARE

Gabriel  
Cramer  
(1704-1752)



# Matematica

Ai confini della Matematica "classica":

L'ALGEBRA LINEARE

Bernard P. J. N.  
Bolzano  
(Praga, 1781-1848)



# Matematica

Ai confini della Matematica "classica":

L'ALGEBRA LINEARE

Sir William Rowan  
Hamilton  
(Dublino, 1805-1865)

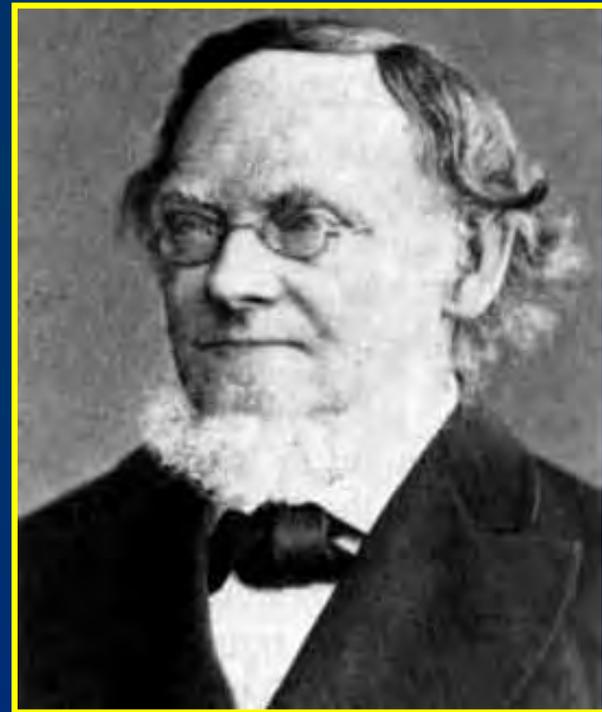


# Matematica

Ai confini della Matematica "classica":

L'ALGEBRA LINEARE

Hermann Günter  
Grassmann  
(1809-1877)

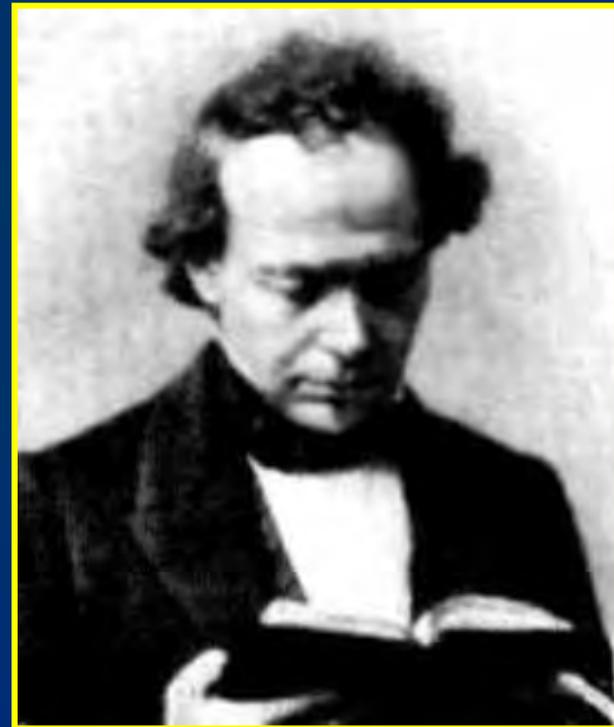


# Matematica

Ai confini della Matematica "classica":

L'ALGEBRA LINEARE

Charles  
Hermite  
(1822-1901)

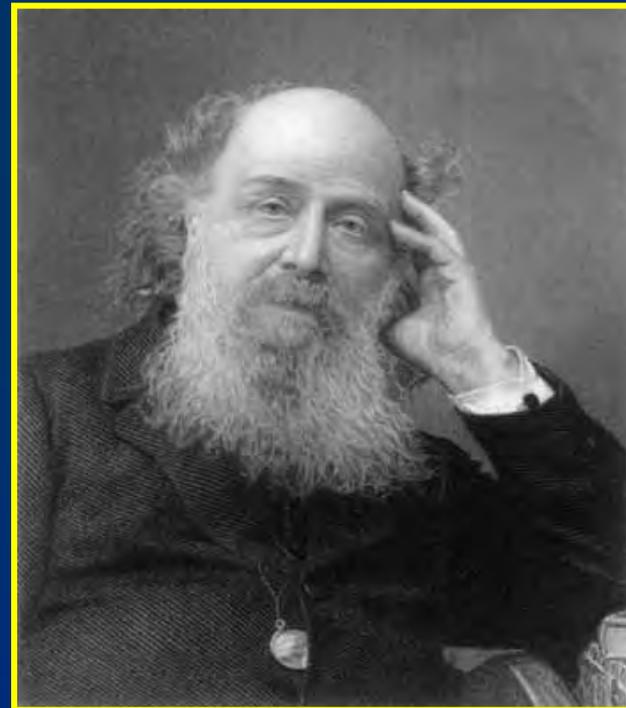


# Matematica

Ai confini della Matematica "classica":

L'ALGEBRA LINEARE

James Joseph  
Sylvester  
(1814-1897)



# Matematica

Ai confini della Matematica "classica":

L'ALGEBRA LINEARE

Arthur  
Cayley  
(1821-1895)



# Matematica

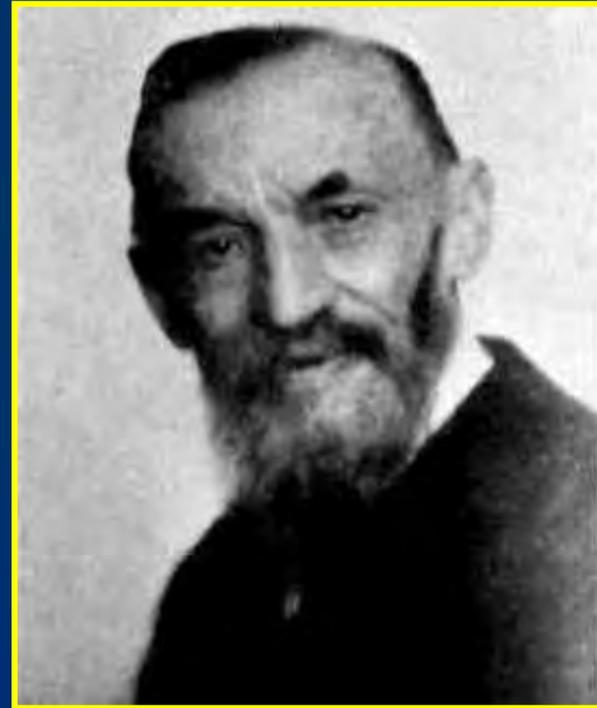
Ai confini della Matematica "classica":

L'ALGEBRA LINEARE

Giuseppe

Peano

(1858-1932)



# Matematica

Ai confini della Matematica "classica":

LE GEOMETRIE NON EUCLIDEE

Nikolai  
Ivanovich  
Lobachevsky  
(1792-1856)



# Matematica

Ai confini della Matematica "classica":

LE GEOMETRIE NON EUCLIDEE

János

Bolyai

(1802-1860)



# Matematica

Ai confini della Matematica "classica":

LE GEOMETRIE NON EUCLIDEE

Johann Carl Friedrich

Gauss

*(Princeps Mathematicorum)*

(1777 - 1855)



# Matematica

Ai confini della Matematica "classica":

LE GEOMETRIE NON EUCLIDEE

Georg Friedrich Bernhard  
Riemann

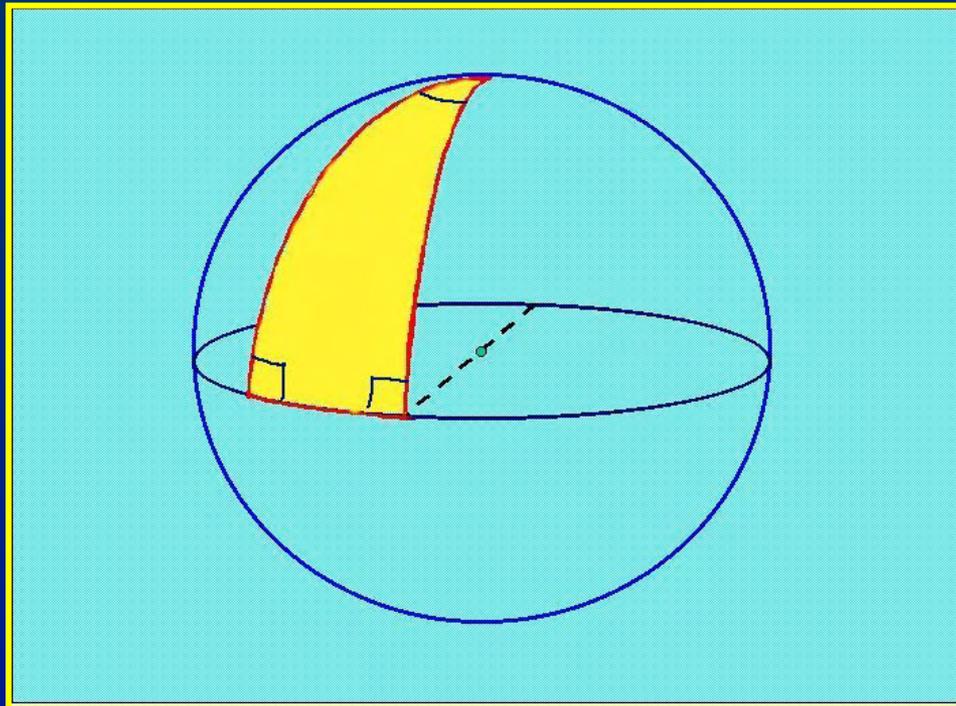
(1826 - 1866)



# Matematica

Ai confini della Matematica "classica":

LE GEOMETRIE NON EUCLIDEE



# Matematica

## Ai confini della Matematica "classica":

### LA TOPOLOGIA

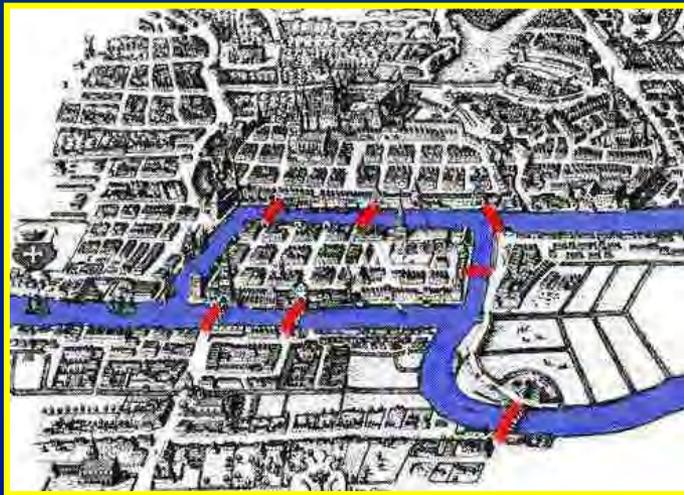
La Topologia (dal greco  $tòpos$ = luogo e  $lògos$ =discorso, trattato) è una branca della Matematica nata come studio delle proprietà qualitative delle figure nello spazio, indipendentemente dalle dimensioni; in altre parole, proprietà che non variano quando le figure vengono deformate senza strapparle, forarle o aggiungere e sottrarre pezzi (come fossero di gomma o di plastilina).

La Topologia moderna si sviluppò in termini sempre più astratti e generalizzati, soprattutto ad opera del grande matematico francese Henry Poincaré (1854-1912).

# Matematica

Ai confini della Matematica "classica":

## LA TOPOLOGIA



I ponti di Königsberg

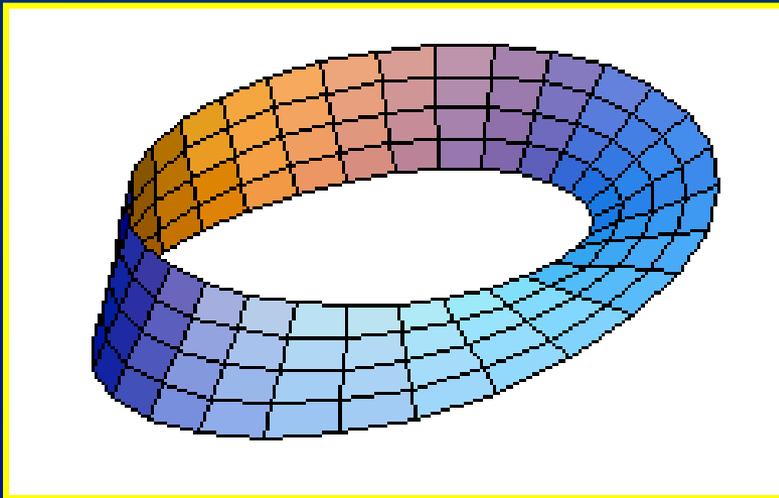
Leonhard Euler  
(*Eulero*)  
(1707 - 1783)



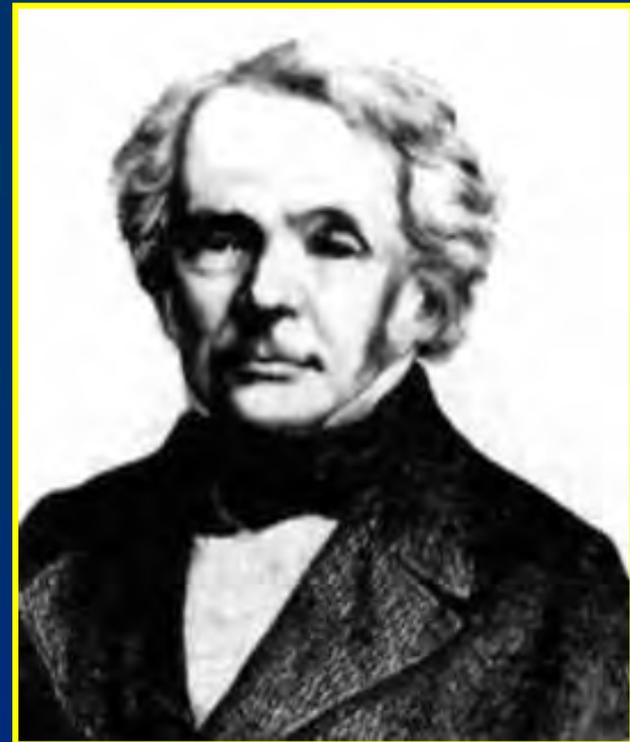
# Matematica

Ai confini della Matematica "classica":

LA TOPOLOGIA



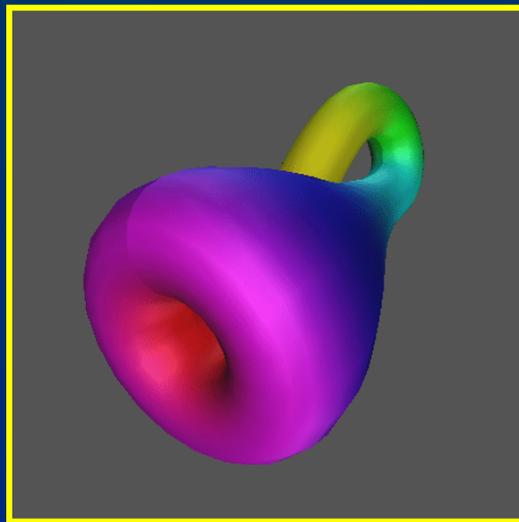
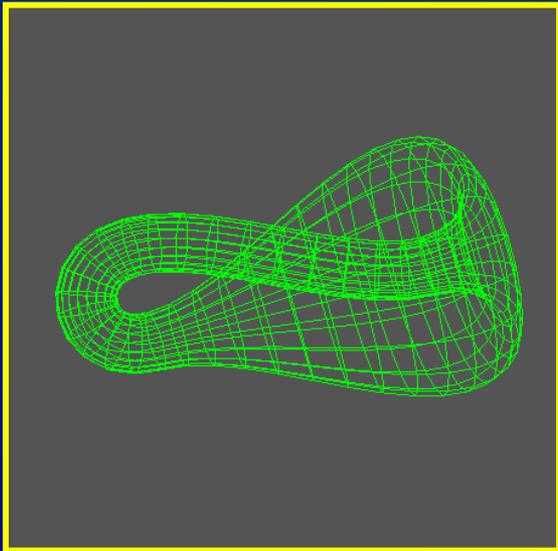
August Ferdinand  
Möbius  
(1790 - 1868)



# Matematica

Ai confini della Matematica "classica":

LA TOPOLOGIA



Felix Christian  
Klein  
(1849 - 1925)



# Matematica

Ai confini della Matematica "classica":

LA TOPOLOGIA

Henry  
Poincaré  
(1854 - 1912)



# Matematica

Ai confini della Matematica "classica":

LA TOPOLOGIA

Felix  
Hausdorff  
(1868 - 1942)



# Matematica

Ai confini della Matematica "classica":

LA TOPOLOGIA

Stefan  
Banach  
(1892 - 1945)



# Matematica

Ai confini della Matematica "classica":

LA TOPOLOGIA

Luitzen Egbertus Jan  
Brouwer  
(1881 - 1966)



# Matematica

Matematica "classica":

- Probabilità e Statistica:

*eventi stocastici*

*grandi numeri*



# Matematica

Matematica "moderna":

Scienza delle *relazioni*,  
o scienza che trae *conclusioni necessarie*.



Nuovi campi:  
logica matematica  
e simbolica  
Topologia , ecc.



# Matematica

Matematica "moderna":

Scienza delle *relazioni*,  
o scienza che trae *conclusioni necessarie*.

"I Matematici non studiano oggetti, ma *relazioni* tra oggetti. Così essi sono liberi di sostituire alcuni oggetti con altri finché le relazioni rimangono inalterate. Il loro contenuto è irrilevante: è solo la loro forma che interessa"

(Henry Poincaré, 1854-1912)



# Matematica

Matematica "moderna":

Revisione critica dei *fondamenti*

(Dedekind, Cantor, Russell, Hilbert, Gödel, Cohen)

- Numeri reali e  
continuità
- Teoria degli insiemi



Richard Dedekind  
(1831 - 1916)

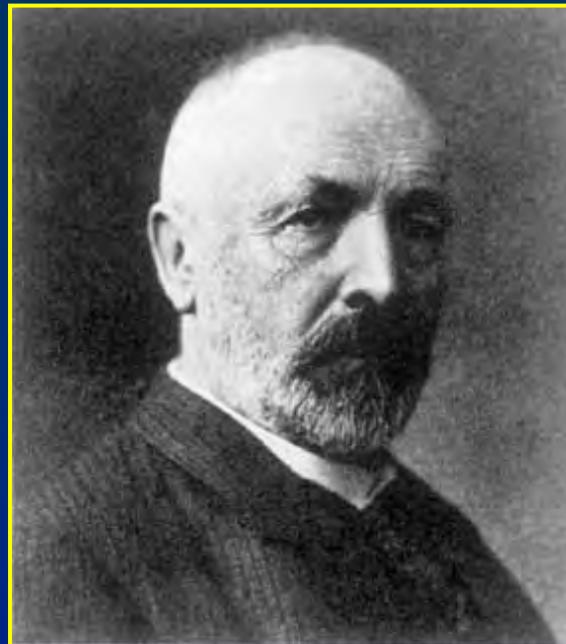
# Matematica

## Matematica "moderna":

Revisione critica dei *fondamenti*

*(Dedekind, Cantor, Russell, Hilbert, Gödel, Cohen)*

- Numeri reali e  
continuità
- Teoria degli insiemi
- Infiniti di Cantor



Georg Cantor  
(1845 - 1918)

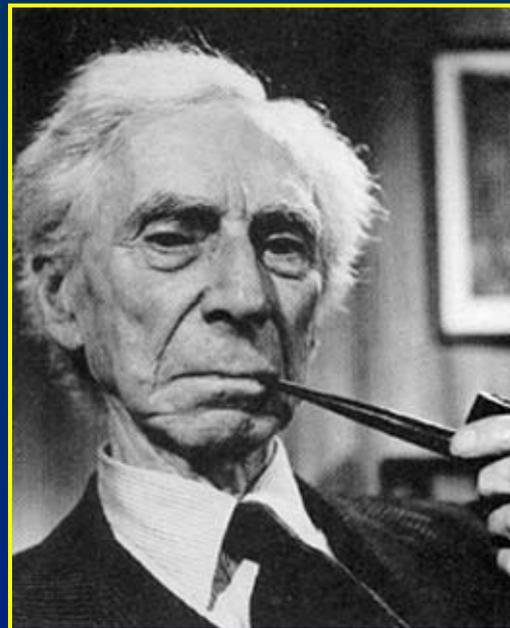
# Matematica

Matematica "moderna":

Revisione critica dei *fondamenti*

(*Dedekind, Cantor, Russell, Hilbert, Gödel, Cohen*)

- Numeri reali e  
continuità
- Teoria degli insiemi
- Infiniti di Cantor



Bertrand Russell

(1872 - 1970)

# Matematica

## Matematica "moderna":

Revisione critica dei *fondamenti*

(*Dedekind, Cantor, Russell, Hilbert, Gödel, Cohen*)

- Numeri reali e  
continuità
- Teoria degli insiemi
- Infiniti di Cantor
- Sistemi assiomatici



David Hilbert  
(1862 - 1943)

# Matematica

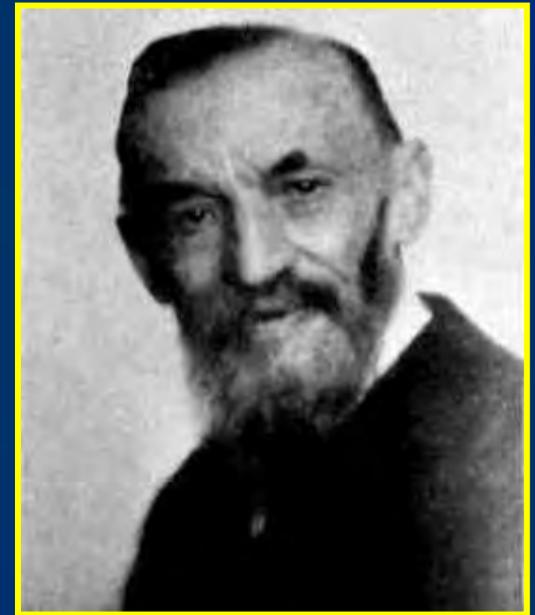
## Matematica "moderna":

Revisione critica dei *fondamenti*

(*Dedekind, Cantor, Russell, Hilbert, Gödel, Cohen*)

- Numeri reali e  
continuità
- Teoria degli insiemi
- Infiniti di Cantor
- Sistemi assiomatici

Giuseppe  
Peano  
(1858-1932)



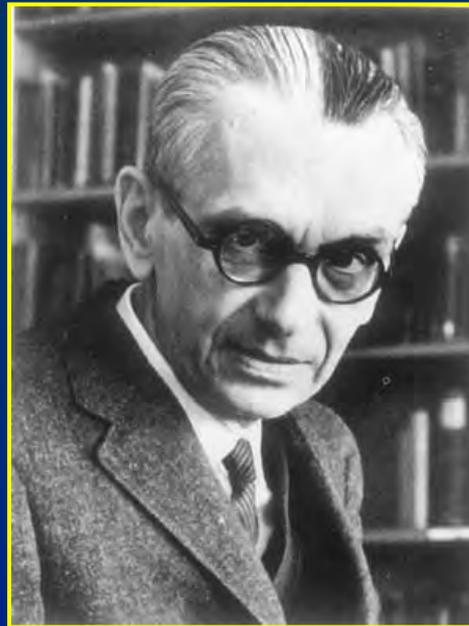
# Matematica

## Matematica "moderna":

Revisione critica dei *fondamenti*

(*Dedekind, Cantor, Russell, Hilbert, Gödel, Cohen*)

- Numeri reali e continuità
- Teoria degli insiemi
- Sistemi assiomatici
- Infiniti di Cantor
- Teorema di Gödel



Kurt Gödel  
(1906 - 1978)

# Matematica

## Matematica "moderna":

Revisione critica dei *fondamenti*

(*Dedekind, Cantor, Russell, Hilbert, Gödel, Cohen*)

- Numeri reali e continuità
- Teoria degli insiemi
- Sistemi assiomatici
- Infiniti di Cantor
- Teorema di Gödel
- Ipotesi del continuo (→ assioma di libera scelta)



Paul Cohen

(1934 - )

# Matematica

## Matematica "moderna":

La Matematica del XX secolo è divenuta, ancor più della Fisica, sempre più astratta, specialistica, di difficile se non impossibile comprensione per i "profani", e quasi sempre inadatta a semplificazioni divulgative e a rappresentazioni intuitive.



# Matematica

## Matematica "moderna":

" Ho percepito nelle pagine di Russell la teoria degli insiemi, la *Mengenlehre*, che postula ed esplora i vasti numeri che un uomo immortale non raggiungerebbe nemmeno se consumasse le sue eternità contando, e le cui dinastie immaginarie hanno come cifre le lettere dell'alfabeto ebraico.

In tale delicato labirinto non mi fu dato di penetrare".

Jorge Luis Borges (1899-1986)

da "Nihon"



# Matematica

Matematica "moderna":

Georg Cantor  
con la moglie



(\*) Par: XXXIII, 80-81

(\*\*) Par: XXVII, 98-99

# Matematica

Matematica "moderna":

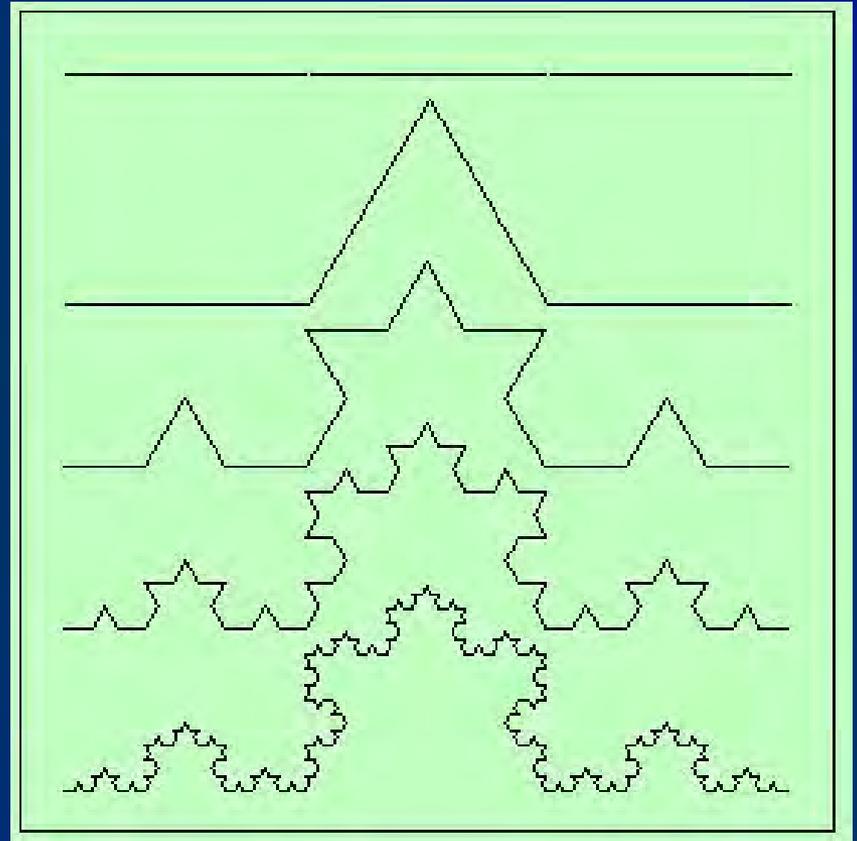
Teoria del Caos e Frattali  
("Effetto farfalla")



Benoit Mandelbrot  
(Warsaw , 1924 - )

# Matematica

Matematica "moderna":

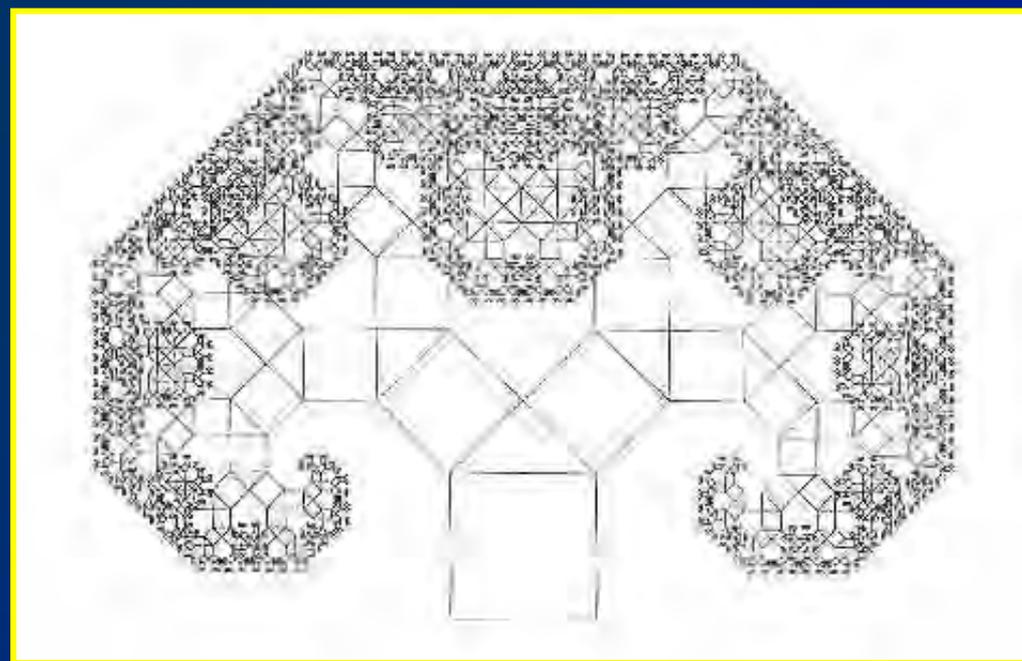


Teoria del Caos e Frattali

Curva di Von Koch (Svezia, 1870-1924)

# Matematica

Matematica "moderna":

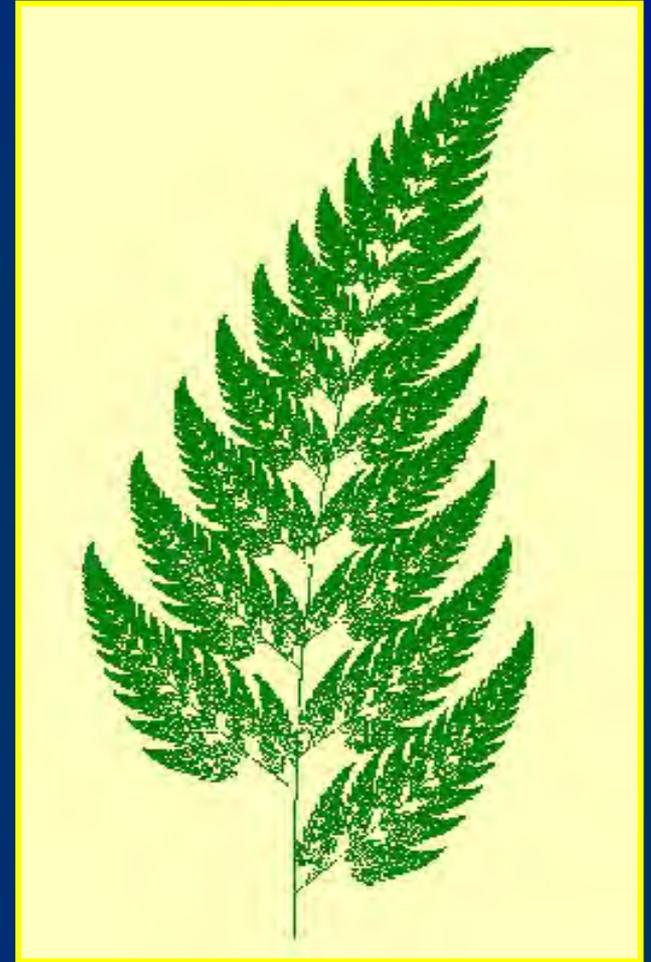


Teoria del Caos e Frattali

# Matematica

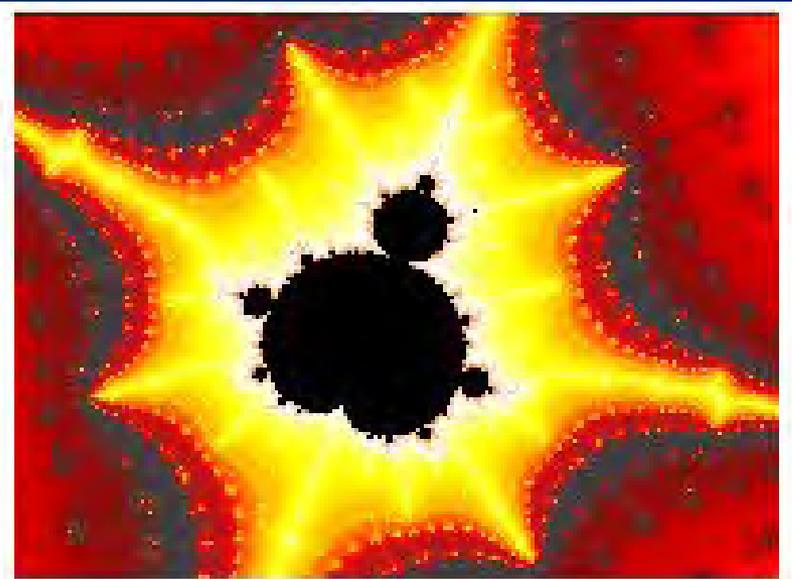
Matematica "moderna":

Teoria del Caos e Frattali



# Matematica

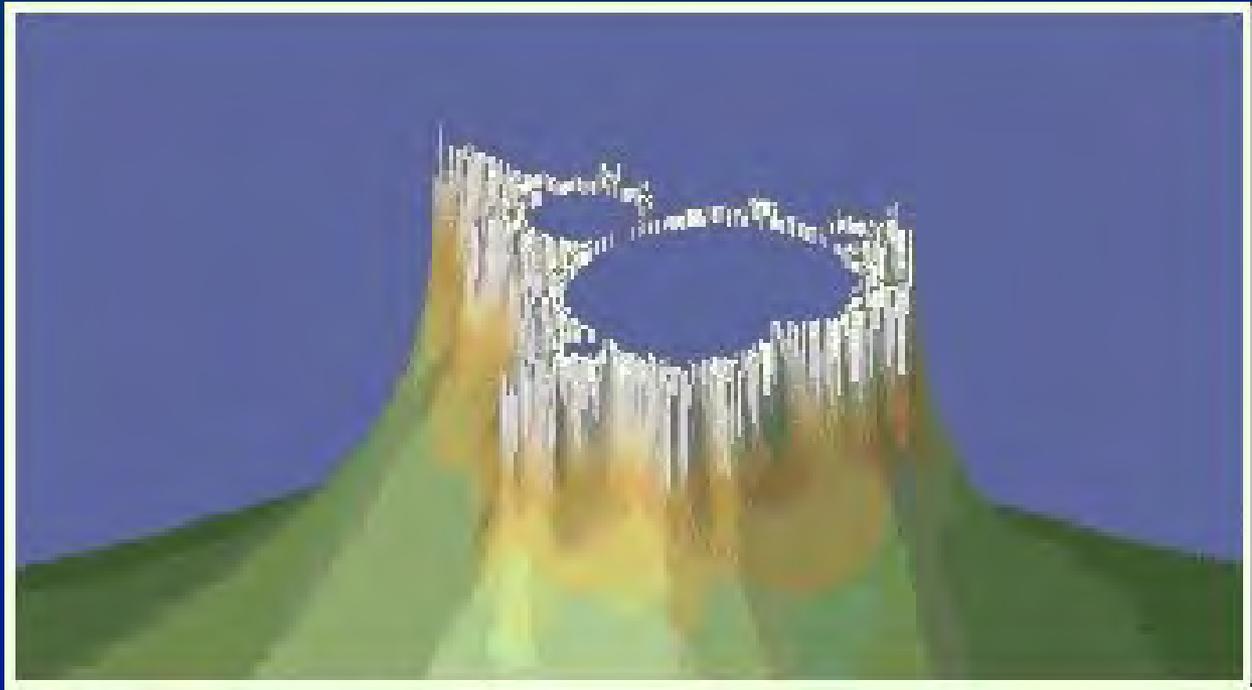
Matematica "moderna":



Teoria del Caos e Frattali

# Matematica

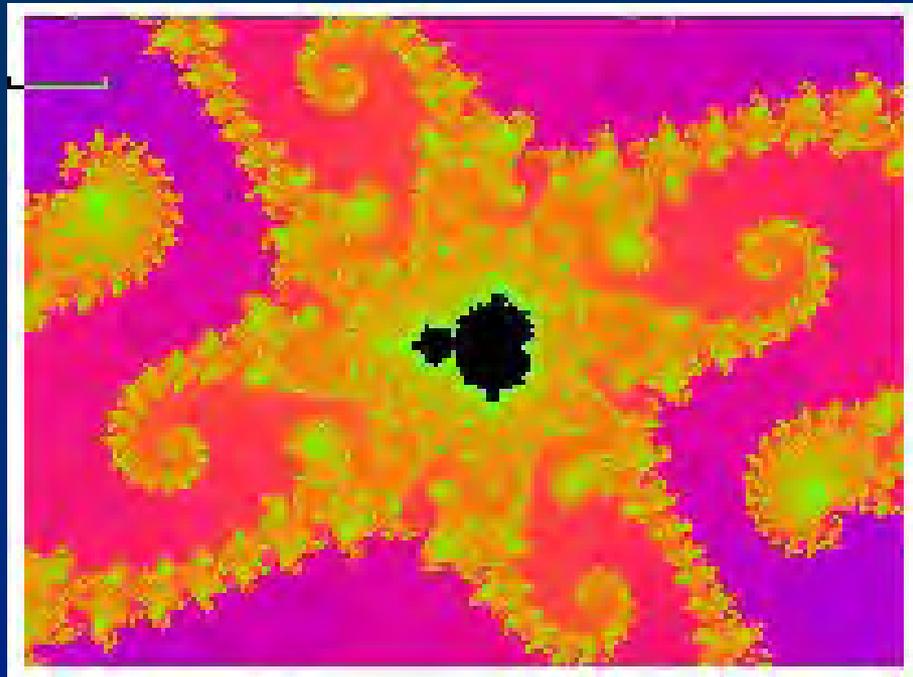
Matematica "moderna":



Teoria del Caos e Frattali

# Matematica

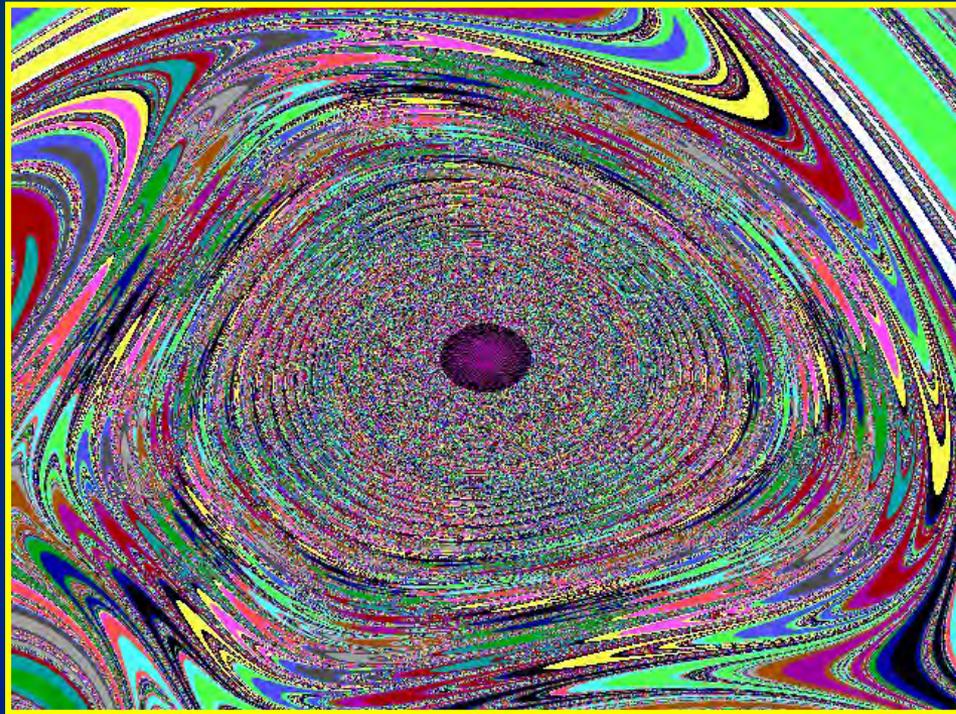
Matematica "moderna":



Teoria del Caos e Frattali

# Matematica

Matematica "moderna":



Teoria del Caos e Frattali

# Donne in Matematica

Hypatia  
di Alessandria  
(370-415 d.C.)



# Donne in Matematica

Maria Gaëtana

Agnesi

(1718-1799)



# Donne in Matematica

Caroline Lucretia  
Herschel  
(1750-1848)



# Donne in Matematica



Florence  
Nightingale  
(1820-1910)

# Donne in Matematica

Sofia Vasilyevna  
Kovalevskaya  
(1850-1891)



# Donne in Matematica

Agnes Sime

Baxter

(1870-1917)



# Donne in Matematica

Christine  
Ladd-Franklin  
(1847-1930)



# Donne in Matematica

Mary Celine  
Fasenmyer  
(1906-1996)

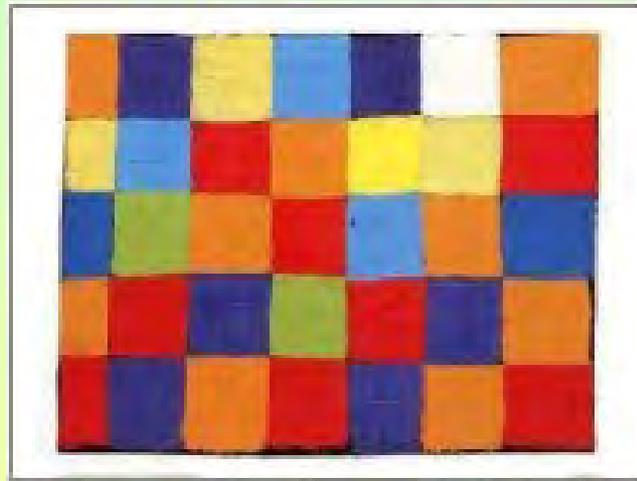


# Struttura della Matematica

Gioco = Relazioni tra simboli  
= Calcolo simbolico

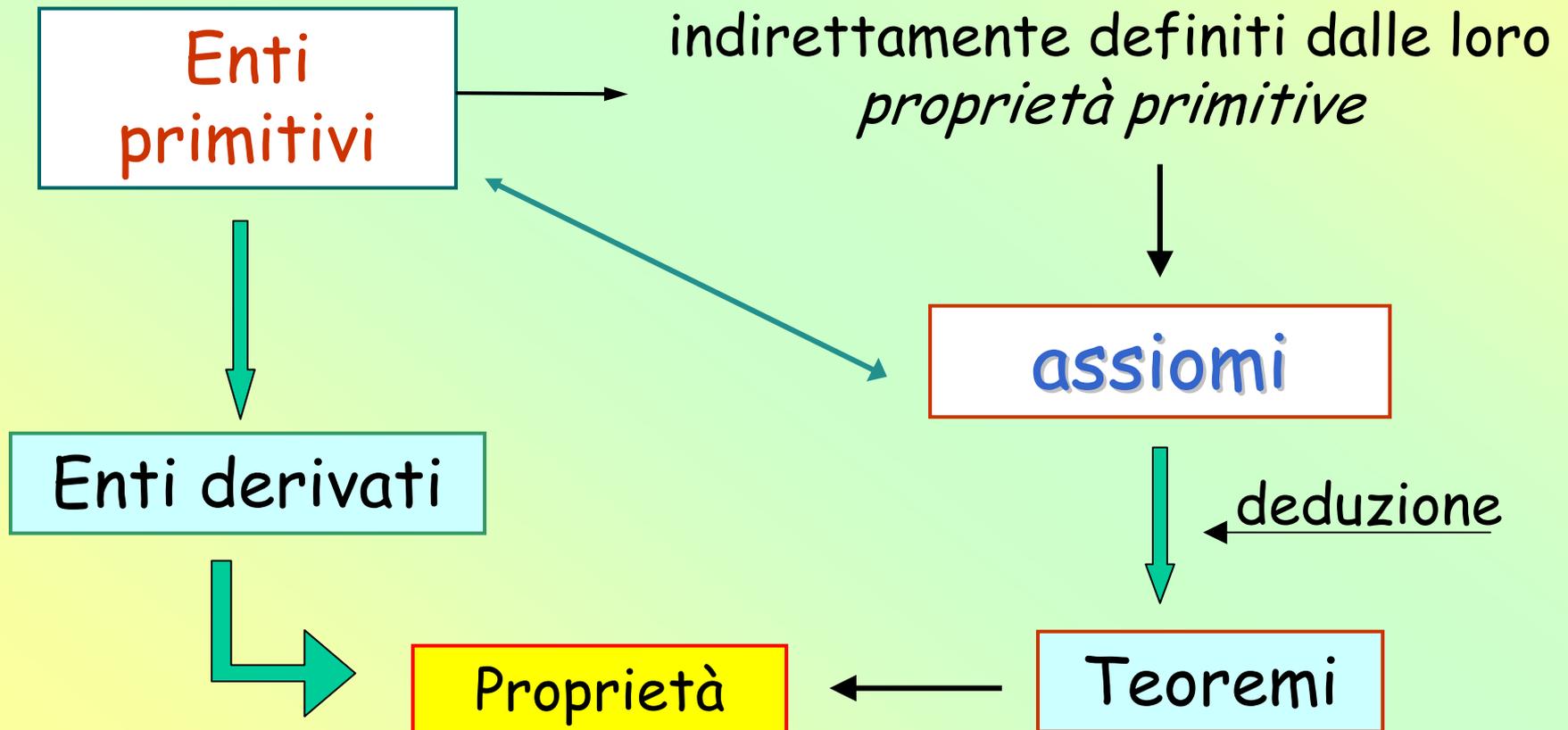


Sistemi assiomatici - Strutture algebriche



# Struttura della Matematica

## Sistema assiomatico



# Struttura della Matematica

## Gioco

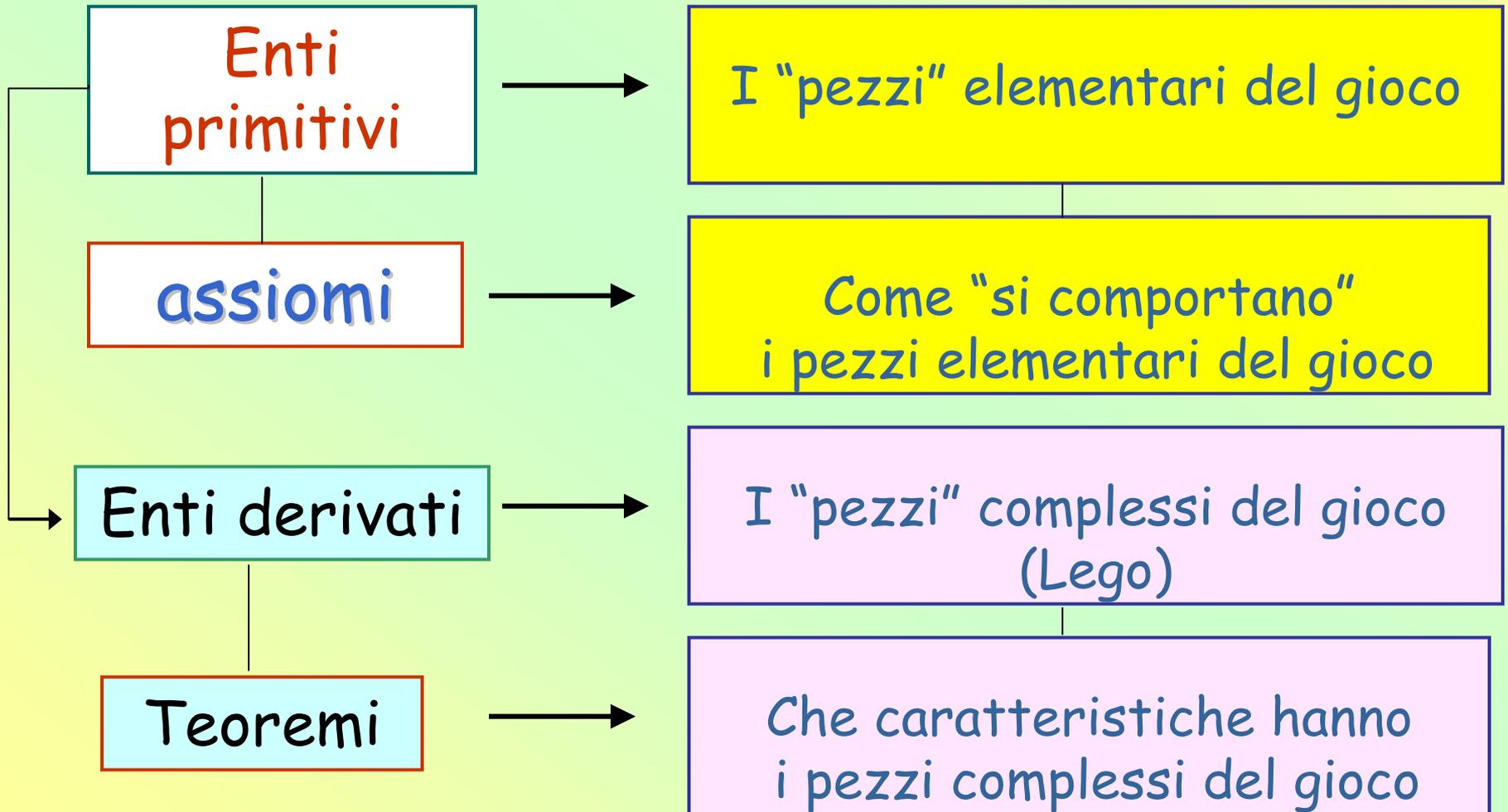
“ La matematica è un gioco che si conduce secondo certe semplici regole con segni sulla carta privi di significato”

(David Hilbert)



# Struttura della Matematica

## Gioco



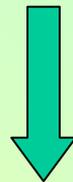
# Struttura della Matematica

## Teoremi

Enunciano (mediante la tesi) le *proprietà* degli *enti derivati* (definiti e circoscritti dall' ipotesi)

Dalle proprietà (condizioni, vincoli) enunciate dall'

IPOTESI



*si deducono*

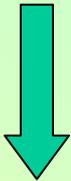
le proprietà  
enunciate dalla

TESI

# Struttura della Matematica

## Teoremi

IPOSTESI



TESI

*Metodo ipotetico-deduttivo*

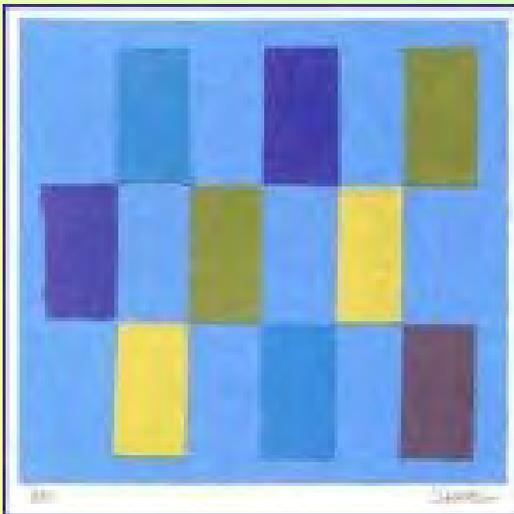
La Tesi è dimostrata mediante  
una "catena" di *deduzioni*

(spesso *sillogismi*)

secondo

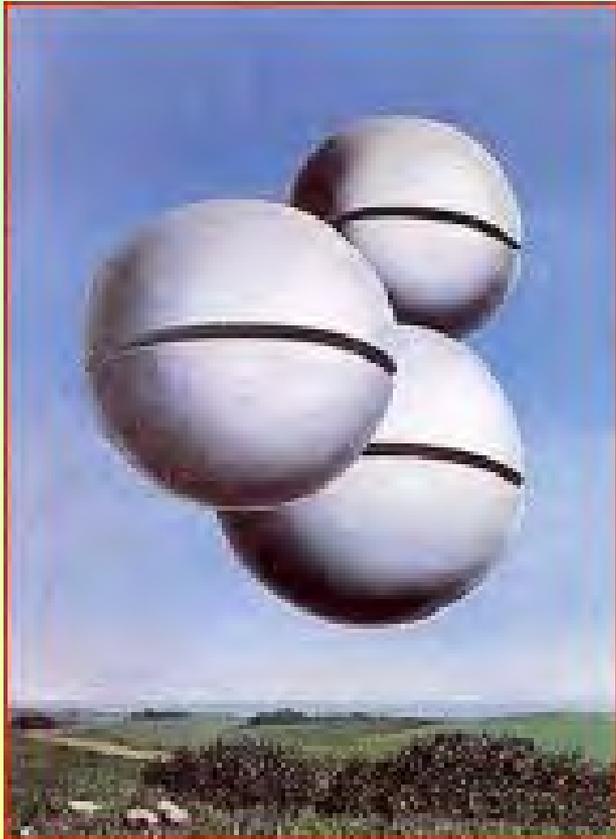
Regole di inferenza

derivate dai



# Struttura della Matematica

## *Tre Principi della Logica*



1.- IDENTITA'

$$A = A$$

2.- NON CONTRADDIZIONE

A e nonA si escludono

3.- TERZO ESCLUSO

A o nonA

"tertium non datur"

# Struttura della Matematica

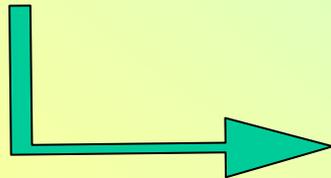
Dalle *proprietà*  
dimostrate  
dai *teoremi*

*(proprietà degli oggetti  
matematici e delle  
relazioni tra essi)*

Dalle definizioni  
delle OPERAZIONI  
e dalle loro  
proprietà

Regole di calcolo  
( Regole del gioco ! )

Le definizioni e  
i teoremi giustificano



PROCEDURE di Calcolo  
e  
STRATEGIE (→ Problem solving)

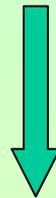
# Struttura della Matematica

*Insieme di enti astratti*

+

*Operazioni su esso definite e relative proprietà*

( $\rightarrow$  regole di calcolo)



**STRUTTURA ALGEBRICA**

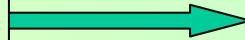
# Struttura della Matematica

Tipiche strutture algebriche:

Gli insiemi numerici

Insiemi dei Numeri:

- Naturali
- Interi
- Razionali
- Reali
- Complessi



Operazioni  $+$  e  $\times$   
e relative proprietà  
e  
Proprietà di struttura

# Struttura della Matematica

Tipiche strutture algebriche:

## Gli Spazi Vettoriali

### I VETTORI

- Segmenti orientati
- n-ple di numeri reali
- n-ple di numeri complessi
- ecc.

### Operazioni:

Addizione

Moltiplicazione x un numero

Moltiplicazione scalare

### Proprietà:

di linearità  
triangolare

# La Matematica:

Il Metodo della ricerca,  
le strade per l'invenzione

Luca Pacioli  
(1445-1517)



La matematica, come la chimica,  
*crea i suoi propri oggetti*



La matematica trae spesso ispirazione dalla realtà sensibile,  
ma non deve rispondere ad essa, non deve soggiacere a  
nessuna verifica sperimentale.

# Unico criterio di "verità" in matematica:

Non contraddittorietà di teoremi e assiomi  
(coerenza logica interna)

Esso implica:

- Definizioni *univoche* e "complete"
- Correttezza di sintassi
- Ogni proprietà
  - o è enunciata da un *assioma*
  - o è *dimostrata* rigorosamente mediante un *teorema*.



Unico criterio di "verità" in matematica:

Non contraddittorietà di teoremi e assiomi  
(coerenza logica interna)

Non esistono *ovvietà*

Non esistono  
" *eccezioni che confermano la regola* "

Anche una sola *eccezione*  
" *fa crollare il palco* ",  
*invalida il teorema.*



# Scopo della matematica

Matematica *pura*:

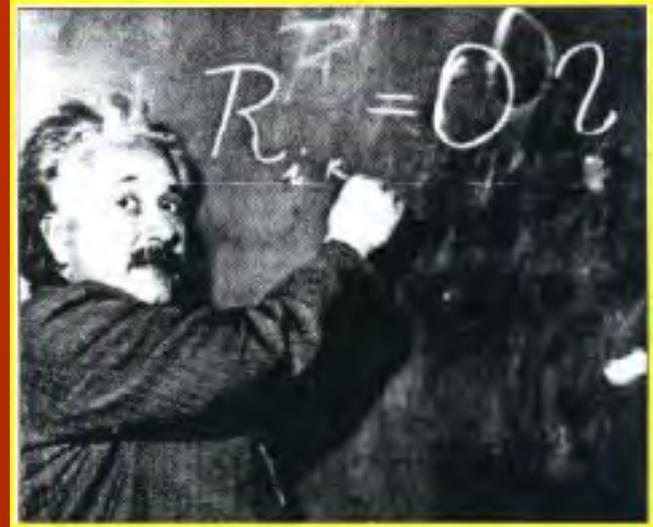
*"L'unico scopo della matematica  
è l'onore dello spirito umano"*

Carl Jacobi (1804 - 1851)



# Scopo della matematica

*Matematica applicata:*



*Modelli matematici*

*Rappresentazione simbolica della realtà fenomenica*

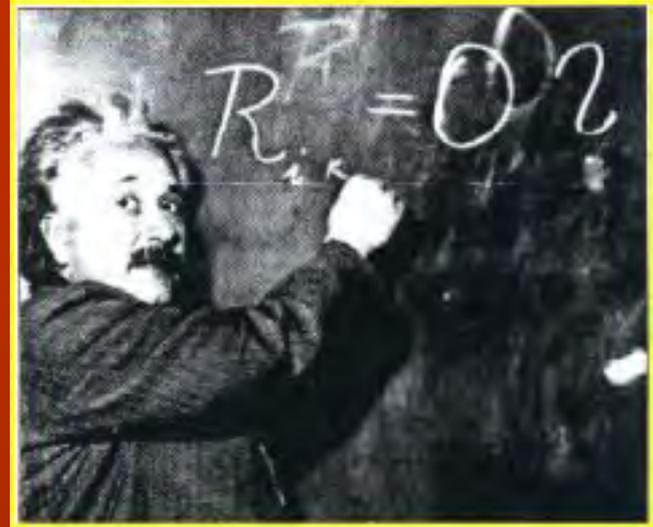
=

*linguaggio* per esprimere le

*Leggi naturali*

# Scopo della matematica

*Matematica applicata:*



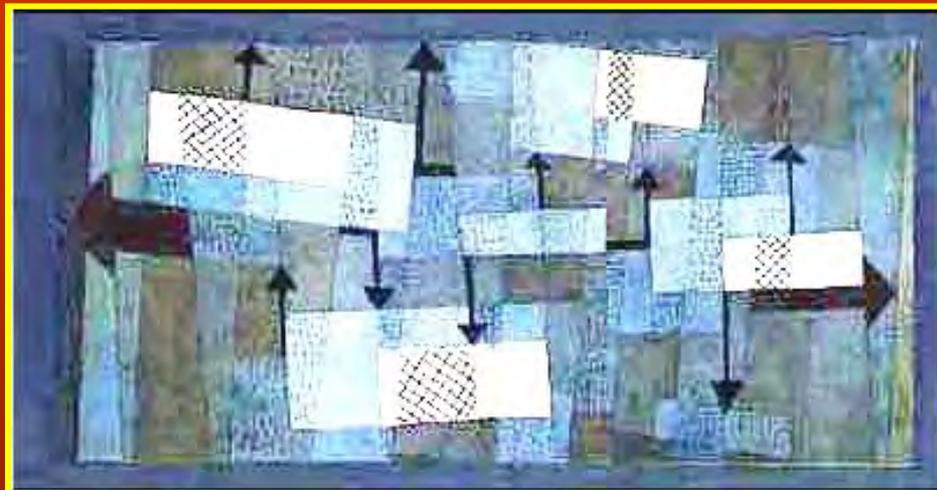
*Modelli matematici*

“Come può succedere che la matematica, essendo dopotutto un prodotto dello spirito umano indipendente dall'esperienza, sia così mirabilmente confacente agli oggetti reali?”

(Albert Einstein, 1879-1955)

# Obiettivi della ricerca matematica:

- Trovare nuove proprietà degli enti matematici  
mediante nuovi teoremi:
  - significa trovare nuove *connessioni* tra campi a volte molto distanti

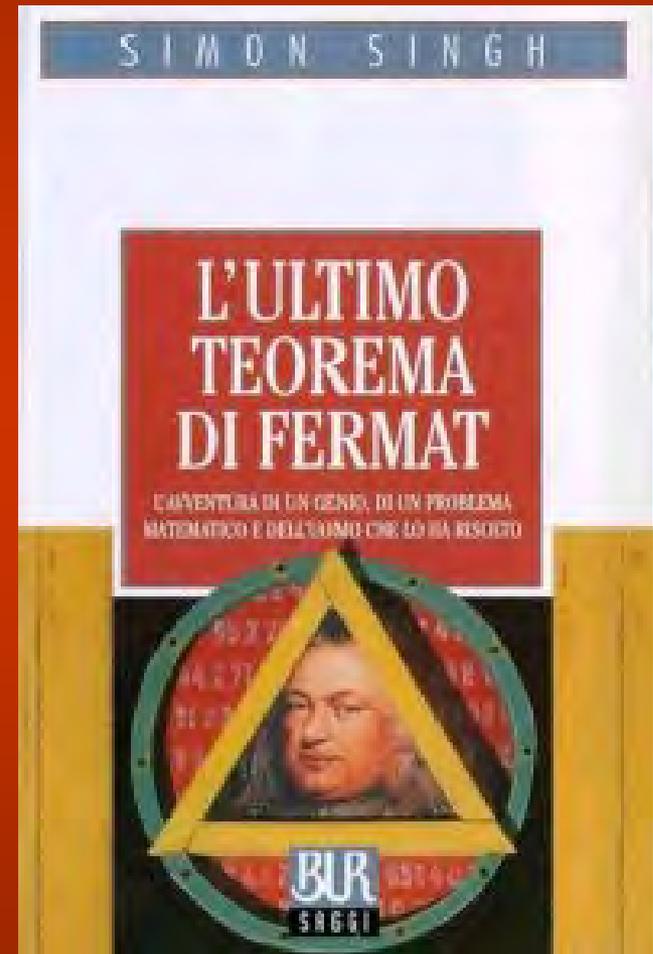


Trovare nuove proprietà degli enti matematici  
mediante nuovi teoremi

L' *ultimo* Teorema  
di Fermat  
(1637 - 1995)

$$x^n + y^n = z^n$$

Nessuna soluzione intera  
per  $n > 2$



Trovare nuove proprietà degli enti matematici  
mediante nuovi teoremi

L' *ultimo* Teorema  
di Fermat  
(1637 - 1995)

$$x^n + y^n = z^n$$

Nessuna soluzione intera  
per  $n > 2$



Pierre de Fermat (1601 - 1665)

# L' *ultimo* Teorema di Fermat (1637 - 1995)

Enunciato come *congettura* da Fermat nel 1637

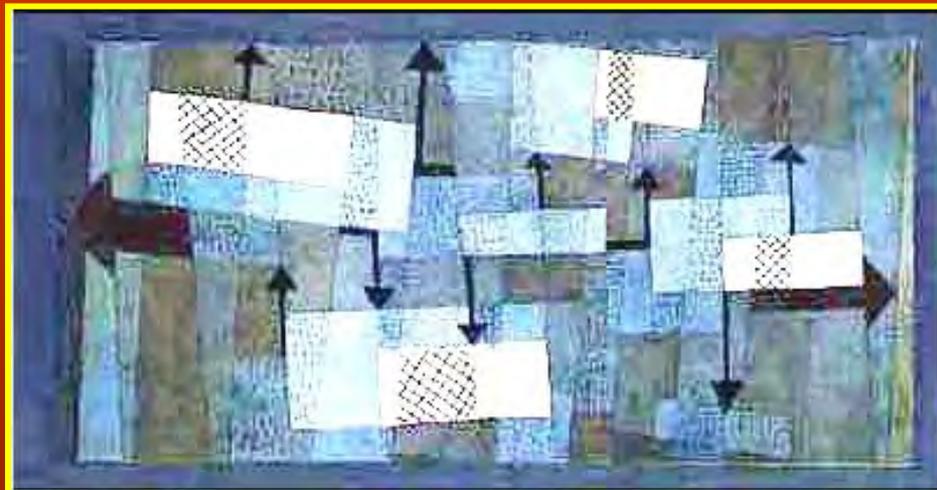
Dimostrato come *teorema*  
nel 1995

da Andrew Wiles (1953 - )



# Obiettivi della ricerca matematica:

- Inventare nuovi domini della matematica  
(non succede ogni giorno...)



# Obiettivi della ricerca matematica:

- Inventare nuovi domini della matematica

Teoria dei Numeri



Geometria analitica



Calcolo delle probabilità



Calcolo integrale



Pierre de Fermat (1601 - 1665)

# Obiettivi della ricerca matematica:

- Inventare nuovi domini della matematica

Teoria dei Numeri

Geometria analitica

Calcolo delle probabilità

Calcolo integrale



con René Descartes (Cartesio)  
(1596 - 1650)

# Obiettivi della ricerca matematica:

- Inventare nuovi domini della matematica

Teoria dei Numeri

Geometria analitica

Calcolo delle probabilità

Calcolo integrale



con Blaise Pascal (1623 - 1662)

# Obiettivi della ricerca matematica:

- Inventare nuovi domini della matematica

Teoria dei Numeri

Geometria analitica

Calcolo delle probabilità

Calcolo integrale



precorre  
Newton e Leibniz

# Obiettivi della ricerca matematica:

- Inventare nuovi domini della matematica

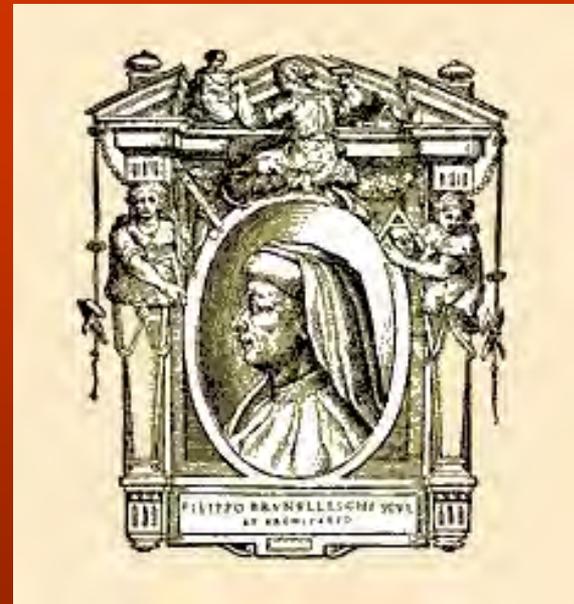
Nel '400 l'unica notevole scoperta in matematica

Le Leggi della Prospettiva

si deve a

*due architetti:*

Filippo Brunelleschi  
(1377 - 1446)



# Obiettivi della ricerca matematica:

- Inventare nuove branche della matematica

## Le Leggi della Prospettiva

*due architetti:*

Leon Battista Alberti

(1406 - 1472)

*"De Pictura"*

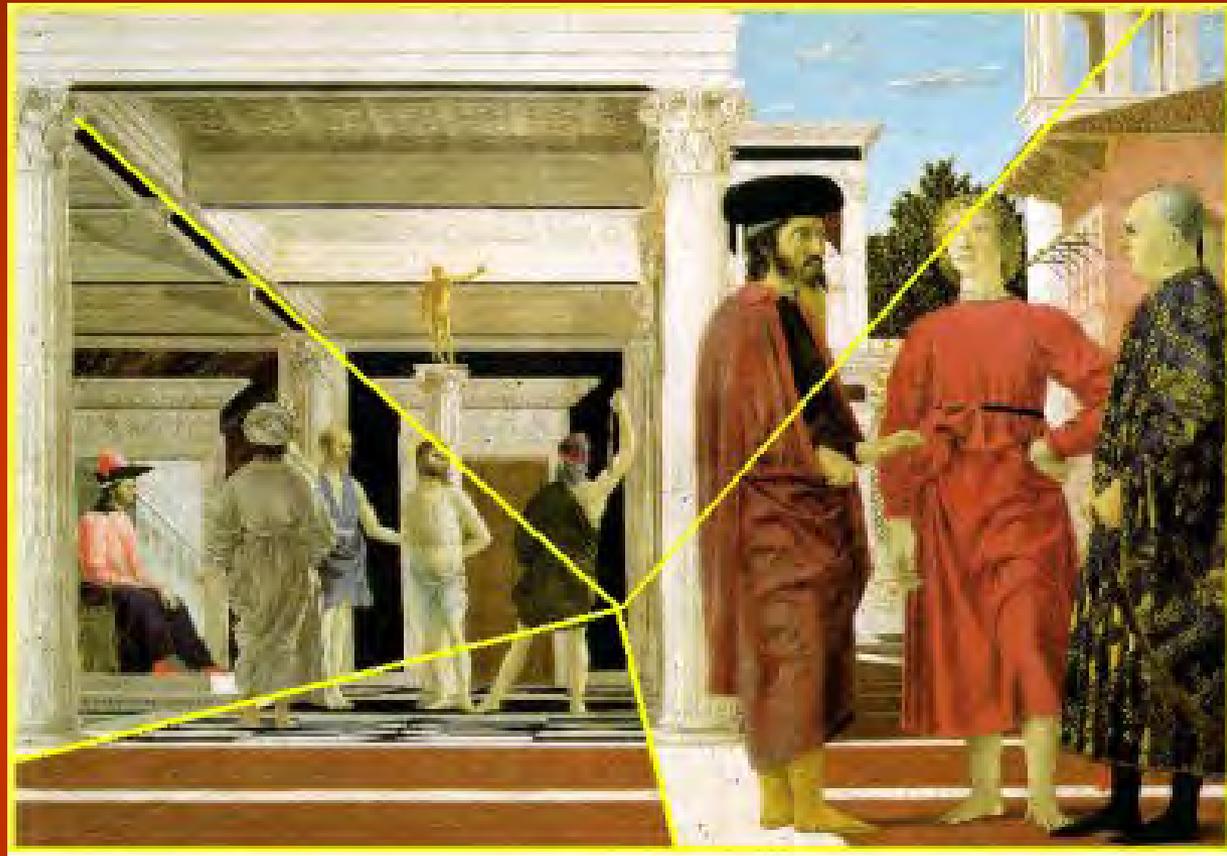


# Obiettivi della ricerca matematica:

- Inventare nuove branche della matematica

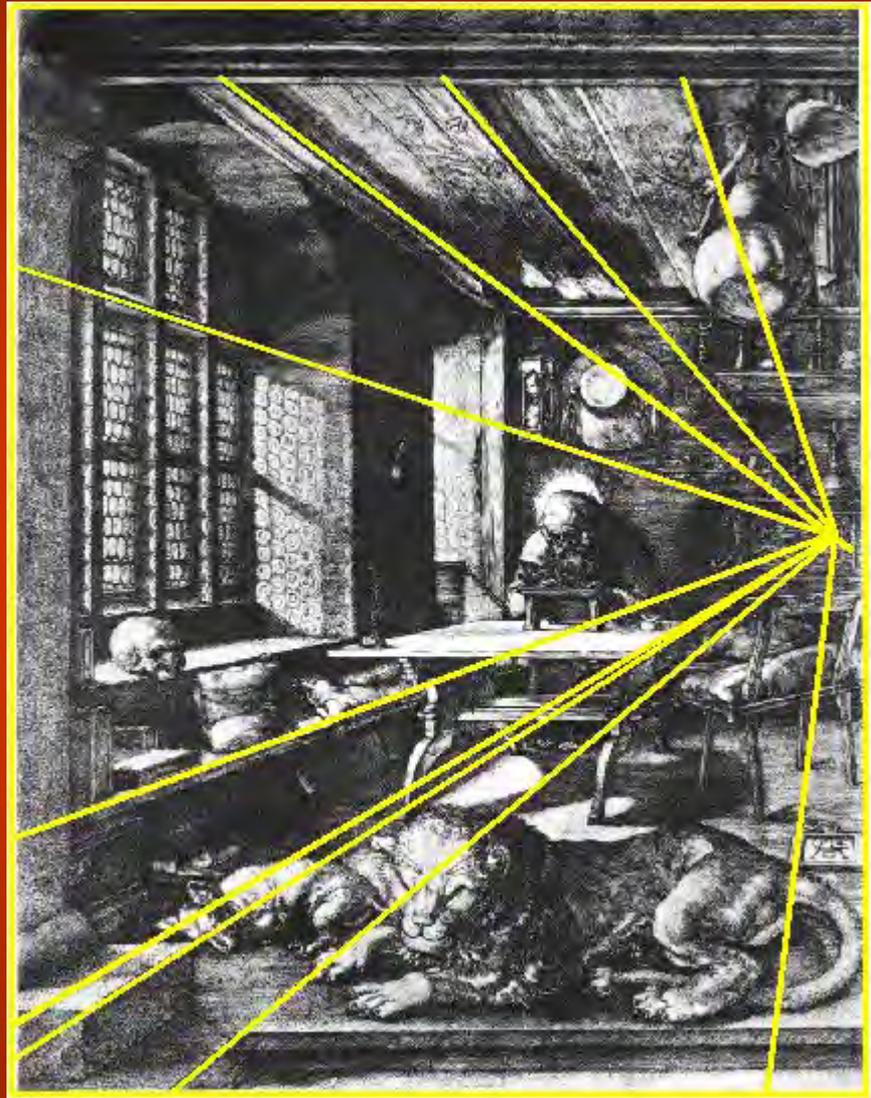
Le Leggi della Prospettiva

Studiate anche dai grandi pittori



Piero della Francesca  
(1420 - 1492)

Albrecht Dürer  
(1471 - 1528)





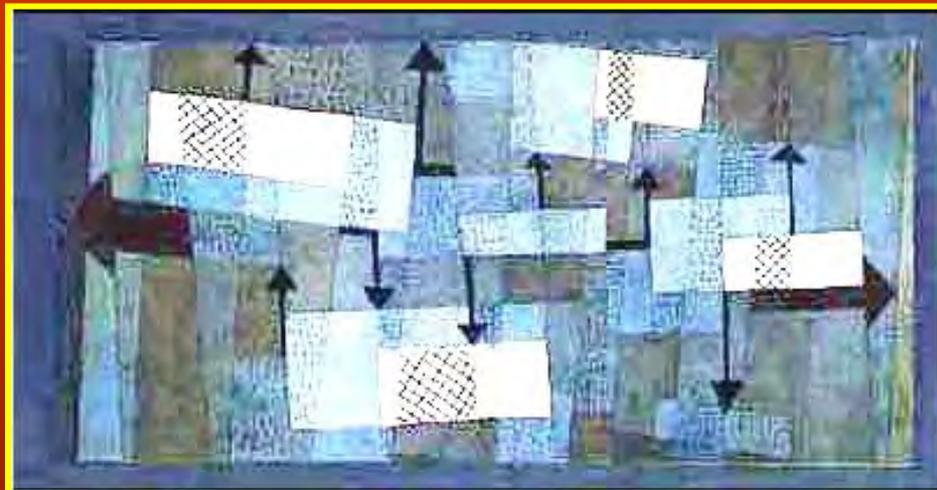
Paolo Uccello  
(1397 - 1475)



Leonardo da Vinci  
(1452 - 1519)

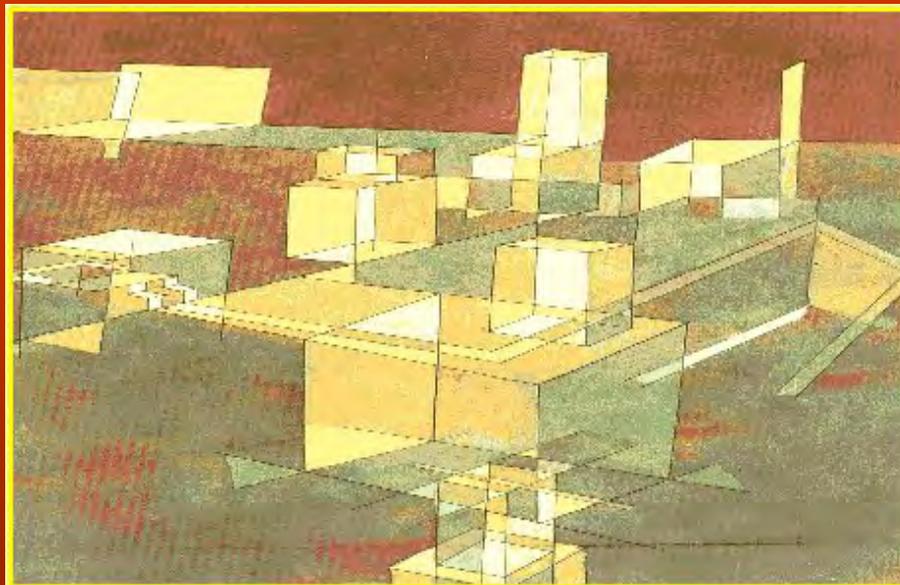
# Obiettivi della ricerca matematica:

- Costruire nuove *strutture algebriche*
  - nuovi strumenti di rappresentazione  
e di calcolo



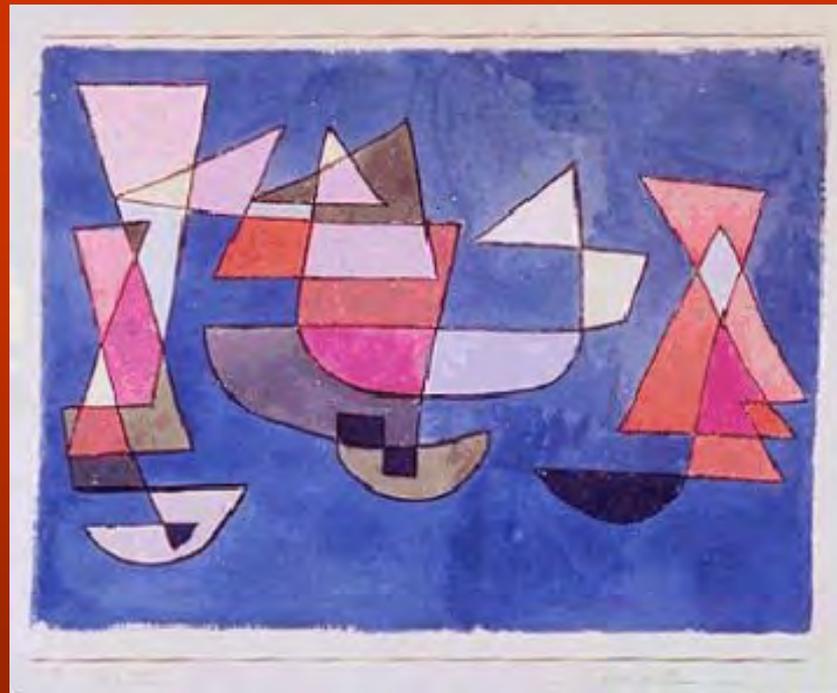
# Obiettivi della ricerca matematica:

- *Generalizzare* : costruire strutture più vaste a comprendere strutture già preesistenti come casi particolari



# Obiettivi della ricerca matematica:

- *Rappresentare* : inventare nuove rappresentazioni di strutture preesistenti (isomorfe)



# Obiettivi della ricerca matematica:

- *Trasformare* : inventare nuovi operatori per la trasformazione di oggetti matematici



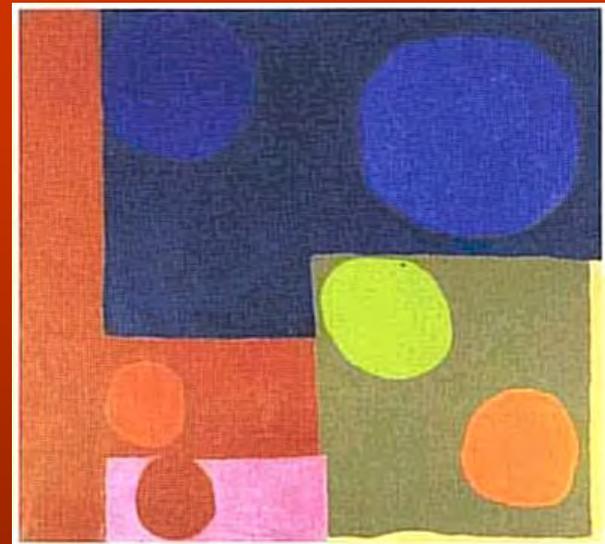
# Obiettivi della ricerca matematica:

- *Trasformare* : inventare nuovi operatori per la trasformazione di oggetti matematici



# Obiettivi della ricerca matematica:

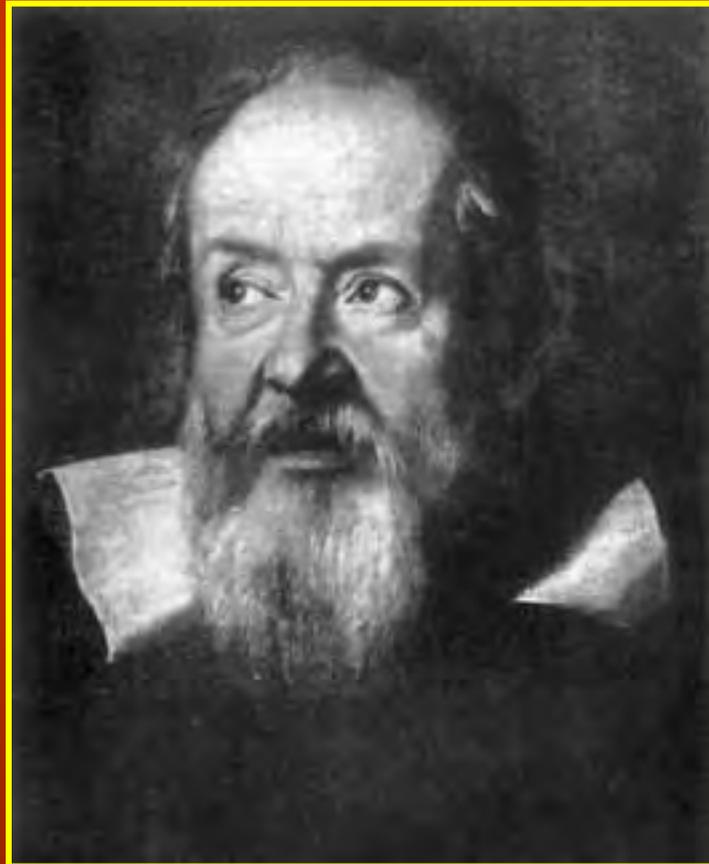
- *Modellare* : inventare rappresentazioni "fedeli" di realtà fenomenologiche (MODELLI MATEMATICI)
  - = efficaci strumenti di *descrizione* relazionale e/o quantitativa della realtà, capaci di
    - descrivere
    - interpretare
    - prevedere
    - falsificare (Popper)



# Obiettivi della ricerca matematica:

Modelli matematici

Galileo Galilei  
(1564 - 1642)



# Obiettivi della ricerca matematica:

## Modelli matematici

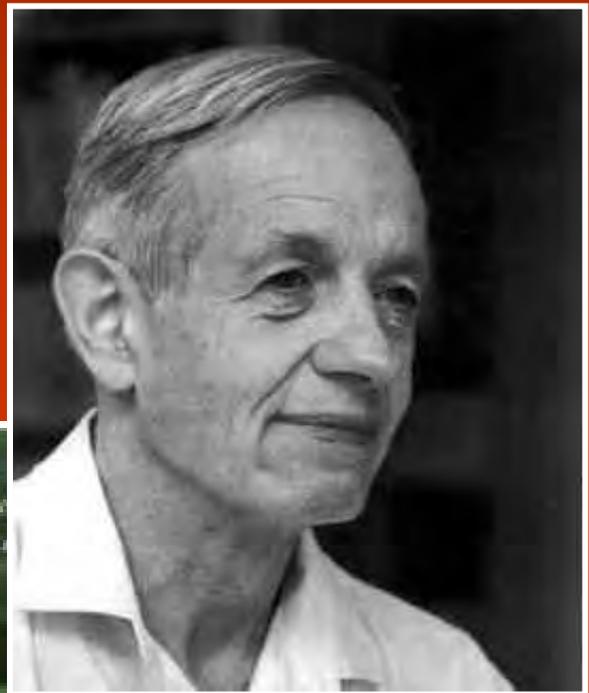


La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro labirinto.

Galileo Galilei. *Il Saggiatore*

# Modelli matematici

John Forbes Nash (1928-)  
Premio Nobel 1994



## TEORIA DEI GIOCHI

Matematica applicata alle strategie economiche, politiche, belliche, ecc.



# Modelli matematici

Generalmente mediante

EQUAZIONI

algebriche

le soluzioni sono *numeri* o *vettori*

o *espressioni letterali*



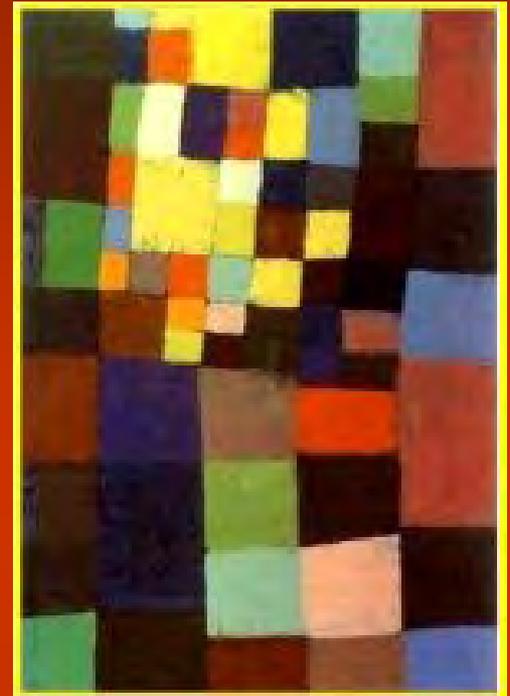
# Modelli matematici

Generalmente mediante

EQUAZIONI

differenziali

le soluzioni sono *funzioni*



# *Metodi* della ricerca matematica:

*Induttivo*  
(dal particolare al generale)

Non ha *nessuna validità dimostrativa*

Può avere *notevole valore euristico*



# *Metodi* della ricerca matematica:

*Assiomatico deduttivo*  
(dal generale al particolare  
Es.: *sillogismo*)



Unico ad avere *validità dimostrativa*

# *Metodi* della ricerca matematica:

## *Assiomatico deduttivo*

Il primo a introdurlo

formalizzandolo fu

EUCLIDE ("*Elementi*")

325 - 265 a.C.



# Metodi della ricerca matematica:

Le idee alla base di nuove scoperte matematiche  
generalmente non partono con un approccio  
rigorosamente formalizzato

ma da  
rappresentazioni intuitive  
e induzioni

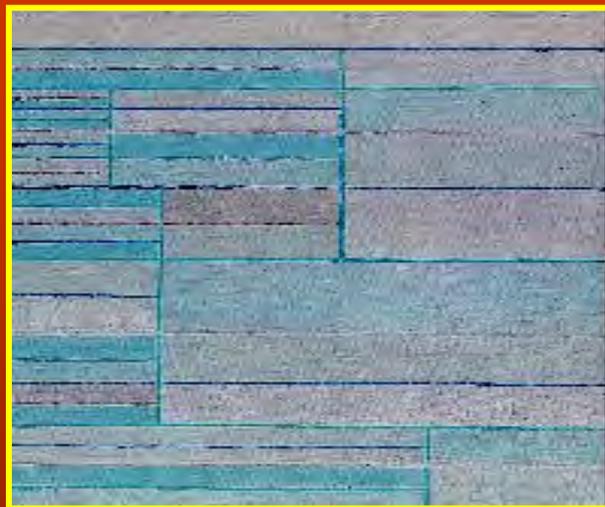
con percorsi mentali a volte  
"strani"  
e ben poco rigorosi



# *Metodi* della ricerca matematica:

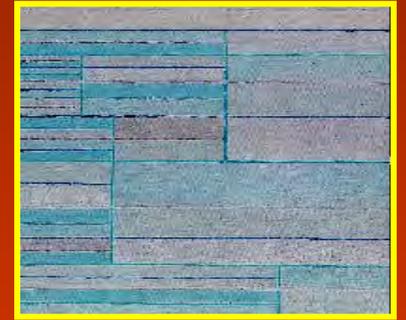
Solo alla fine del processo "creativo" si giunge alla

FORMALIZZAZIONE RIGOROSA



# Metodi della ricerca matematica:

## FORMALIZZAZIONE RIGOROSA



- 1.- Background condiviso
- 2.- Definizioni "complete" e univoche  
(*simboli* arbitrari - salvo quelli storicamente consolidati - purchè chiaramente correlati ai concetti)
- 3.- Dimostrazioni di teoremi o procedure di calcolo sintatticamente corrette (secondo rigorose regole d'inferenza) → assenza di "buchi" dimostrativi e di contraddizioni)

# *Metodi* della ricerca matematica:

Spesso le scoperte matematiche sono state stimolate dalla ricerca di strumenti applicativi

Ad esempio:

# Metodi della ricerca matematica:

Spesso le scoperte matematiche sono state stimolate dalla ricerca di strumenti applicativi

Ad esempio:

Invenzione dei  
**LOGARITMI**  
(1600 - 1620)

Joost Bürgi  
(1552 - 1632)



# *Metodi* della ricerca matematica:

Spesso le scoperte matematiche sono state stimolate dalla ricerca di strumenti applicativi

Ad esempio:

Invenzione dei  
**LOGARITMI**  
(1600 - 1620)

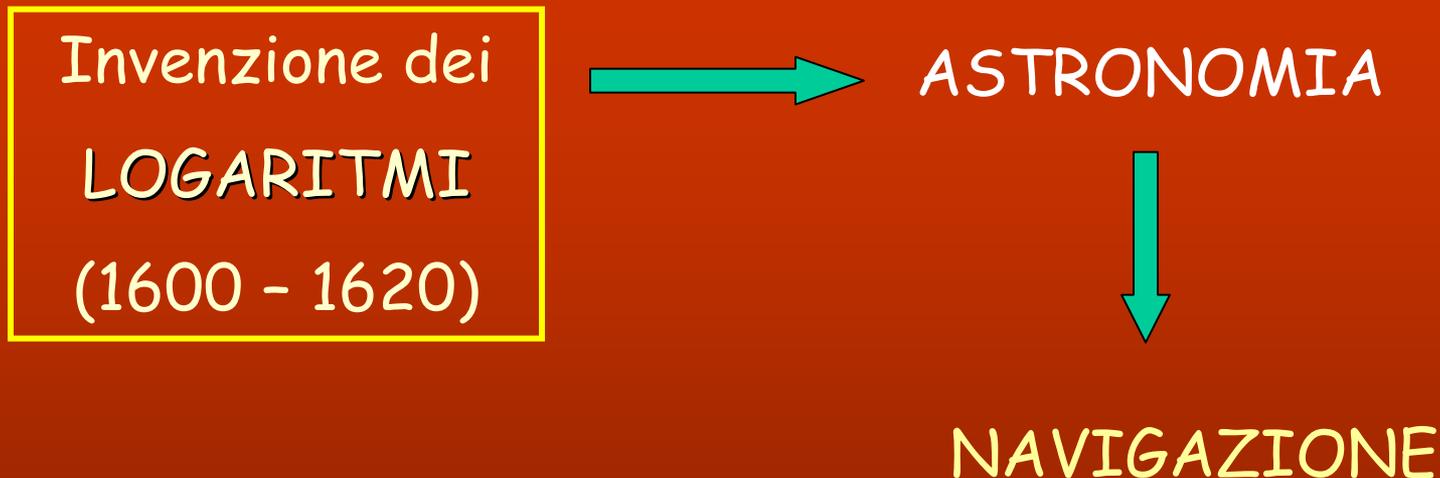
John Napier  
(1550 - 1617)



# Metodi della ricerca matematica:

Spesso le scoperte matematiche sono state stimolate dalla ricerca di strumenti applicativi

Ad esempio:



# *Metodi* della ricerca matematica:

Spesso le scoperte matematiche sono state stimolate dalla ricerca di strumenti applicativi

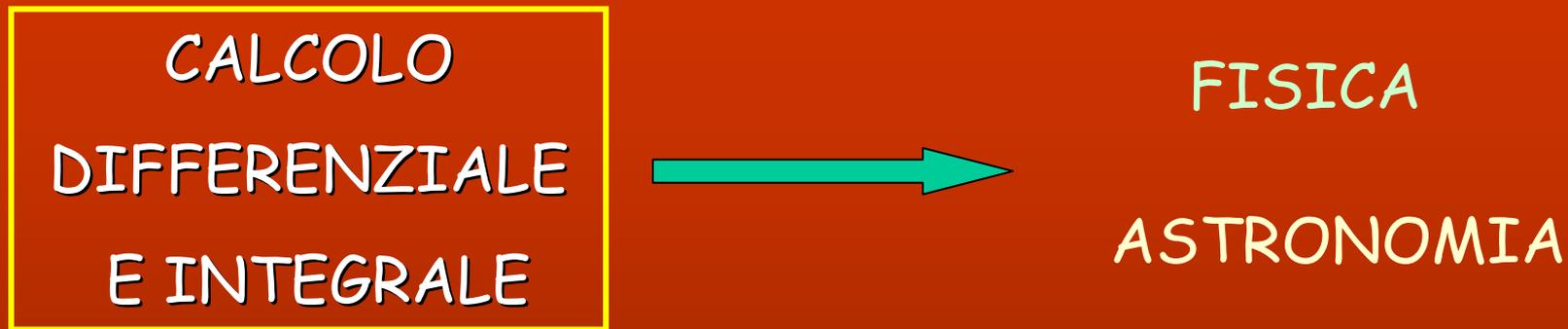
Ad esempio:

CALCOLO  
DIFFERENZIALE  
E INTEGRALE

# Metodi della ricerca matematica:

Spesso le scoperte matematiche sono state stimolate dalla ricerca di strumenti applicativi

Ad esempio:

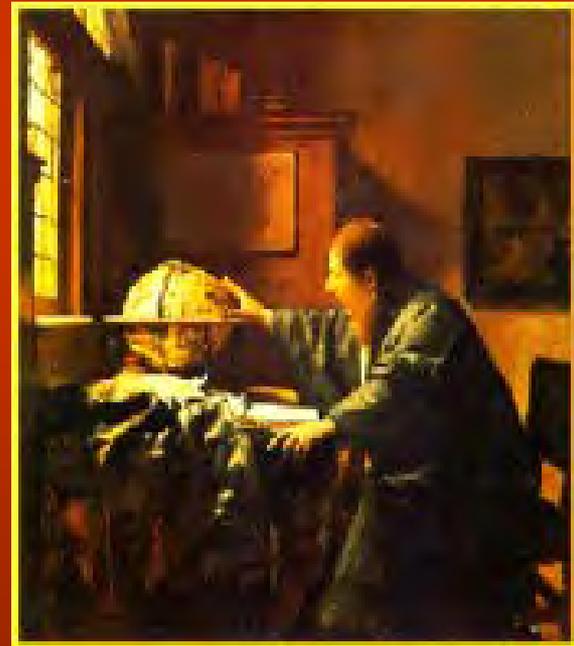


# *Metodi* della ricerca matematica:

Spesso le scoperte matematiche sono state stimolate dalla ricerca di strumenti applicativi

Ad esempio:

CALCOLO  
DIFFERENZIALE  
E INTEGRALE



# *Metodi* della ricerca matematica:

Altre volte scoperte matematiche nate da esigenze puramente teoriche interne alla matematica hanno trovato in seguito feconde applicazioni

Ad esempio:

La TEORIA  
DEI GRUPPI

# Metodi della ricerca matematica:

Altre volte scoperte matematiche nate da esigenze puramente teoriche interne alla matematica hanno trovato in seguito feconde applicazioni

Ad esempio:

La TEORIA  
DEI GRUPPI

Evariste Galois  
(1811 - 1832)



# Metodi della ricerca matematica:

Altre volte scoperte matematiche nate da esigenze puramente teoriche interne alla matematica hanno trovato in seguito feconde applicazioni

Ad esempio:

La TEORIA  
DEI GRUPPI

Niels Abel  
(1802 - 1829)



# Metodi della ricerca matematica:

Altre volte scoperte matematiche nate da esigenze puramente teoriche interne alla matematica hanno trovato in seguito feconde applicazioni

Ad esempio:

La TEORIA  
DEI GRUPPI

Enrico Betti  
(1823 - 1892)



# Metodi della ricerca matematica:

Altre volte scoperte matematiche nate da esigenze puramente teoriche interne alla matematica hanno trovato in seguito feconde applicazioni

Ad esempio:

La TEORIA  
DEI GRUPPI

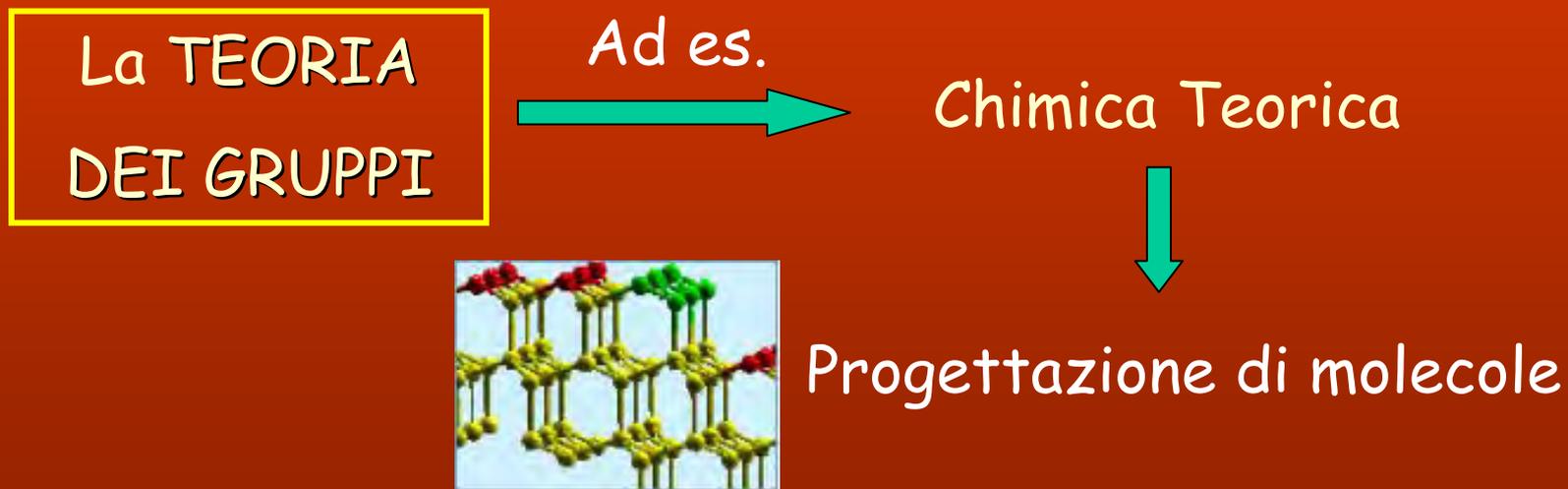
Arthur  
Cayley  
(1821-1895)



# Metodi della ricerca matematica:

Altre volte scoperte matematiche nate da esigenze puramente teoriche interne alla matematica hanno trovato in seguito feconde applicazioni

Ad esempio:



# *Metodi* della ricerca matematica:

Nel secolo XX si è fatta strada una corrente di pensiero che attribuisce alla ricerca matematica le caratteristiche proprie della ricerca nelle scienze sperimentali:

- esperimenti (studio di casi particolari)
- induzione
- congetture
- falsificazione
- teoria
- formalizzazione

# *Metodi* della ricerca matematica:

Nel secolo XX si è fatta strada una corrente di pensiero che attribuisce alla ricerca matematica le caratteristiche proprie della ricerca nelle scienze sperimentali:

sostenuta dalla possibilità  
di prove sistematiche a  
larga scala mediante  
*computer* molto potenti



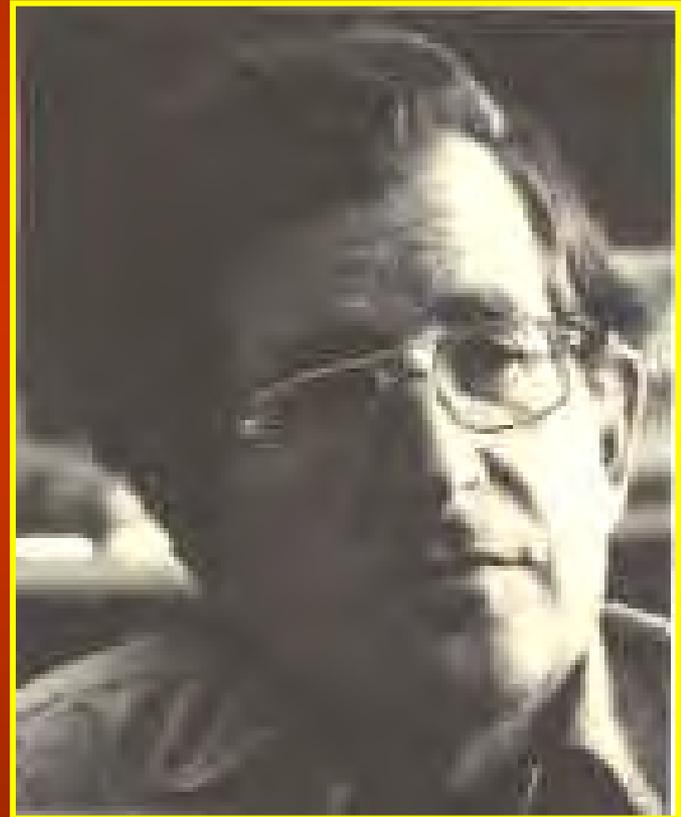
# *Metodi* della ricerca matematica:

Se i processi euristici possono svilupparsi per vie empirico-intuitive, alla fine ogni scoperta matematica, quale che sia la sua significatività, per essere accettata dalla comunità scientifica (matematica) come corretta e inconfutabile, deve essere tale da un punto di vista rigorosamente formalistico

# *Metodi* della ricerca matematica:

"Nozioni oscure, legate esclusivamente all'intuizione, potrebbero non condurre a conclusioni assurde, ma non possono offrire soluzioni nuove e corrette; in ogni caso sono del tutto inutili."

*Noam Chomsky (1928 - )*



# Conclusioni

La Matematica è

- *attività intellettuale* ricca dal punto di vista
  - metodologico
  - concettuale
  - estetico

# Conclusioni

La Matematica è

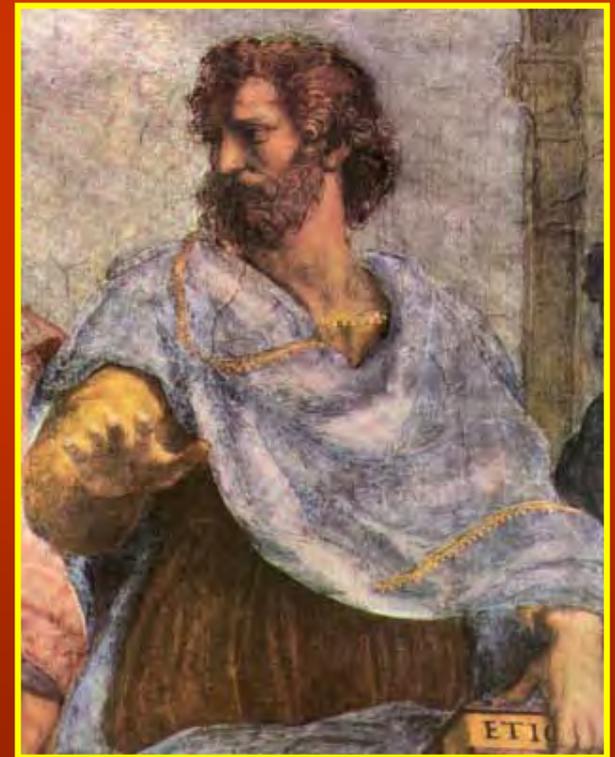
- *attività intellettuale* ricca dal punto di vista

- **estetico**

"La scienza matematica mostra in modo particolare ordine, simmetria e restrizione

e queste sono le più grandi forme della bellezza"

(Aristotele, 384-322 a.C)



# Conclusioni

La Matematica è

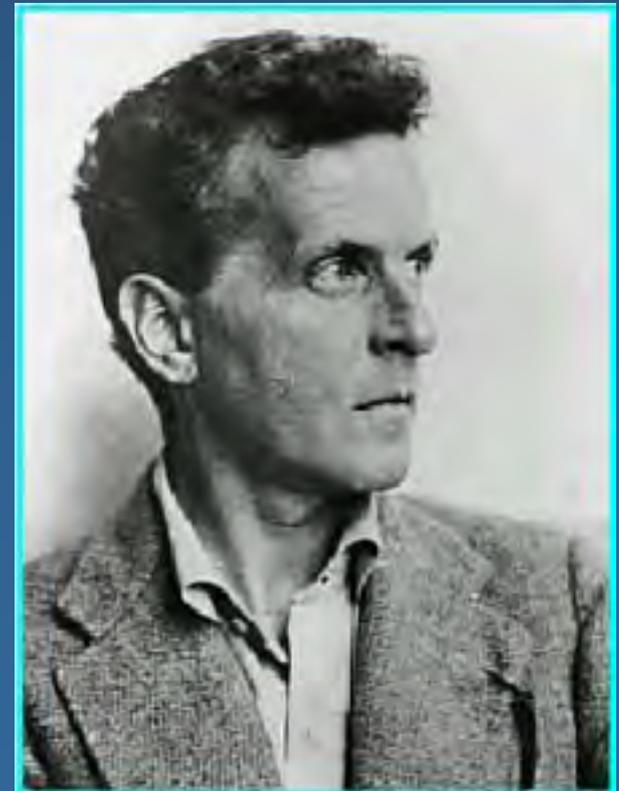
- *attività intellettuale* ricca dal punto di vista
  - metodologico
  - concettuale
  - estetico
  - emozionale
- *linguaggio-strumento* insostituibile per la descrizione del mondo fisico  
(dare risposta alle domande scientifiche)

"Noi percepiamo che anche quando tutte le domande scientifiche avessero trovato risposta, i nostri problemi esistenziali non sarebbero stati minimamente toccati.

Certo allora non resta più domanda alcuna e proprio in questo è la risposta."

Ludwig Wittgenstein (1889 - 1951)

*Tractatus Logicus-Philosophicus, 1922*



Tuttavia la Matematica  
continua il suo volo...

